

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Katedra elektroenergetiky

Výpočet a optimalizace dielektrického pole prostoru přípojníc  
a odpojovače v dvojsystémovém rozvaděči 17,5kV, 1250A,  
31,5kA

Calculation and optimization of dielectric field of busbar and  
isolator space in dual system switchgear 17,5kV, 1250A,  
31,5kA

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jan Galuszka**  
Studijní program: N2649 Elektrotechnika  
Studijní obor: 3907T001 Elektroenergetika  
Téma: Výpočet a optimalizace dielektrického pole prostoru přípojníc a odpojovače ve dvousystémovém rozváděči 17,5 kV, 1250 A, 32,5kA.  
Calculation and optimization of dielectric field of busbar and isolator space in dual system switchboard 17,5 kV, 1250 A, 32,5kA.

### Zásady pro vypracování:

1. Rozeberte problematiku izolačního návrhu zařízení vn.
2. Popište stávající stav provedení izolace řešeného rozváděče.
3. Definujte optimalizační kriteria a proveďte výpočet pro zadaný rozváděč.
4. Zhodnoťte dosažené výsledky a definujte podmínky jejich aplikace do výroby reálného rozváděče.

### Seznam doporučené odborné literatury:

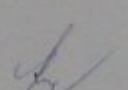
Haňka, L.: Teorie elektromagnetického pole, Praha, SNTL 1975  
Novotný, V., Vávra, Z.: Spínací přístroje a rozváděče na vysoké napětí, Praha, SNTL 1986  
Katalog firmy ABB

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

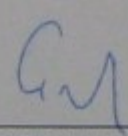
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Zdeněk Hytka, CSc.**

Datum zadání: 01.09.2014

Datum odevzdání: 07.05.2015

  
prof. Ing. Stanislav Rusek, CSc.  
vedoucí katedry



  
prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.  
děkan fakulty

## Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární a internetové prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

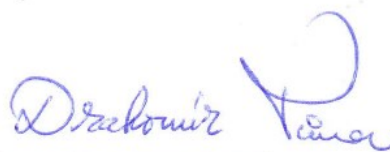
V Ostravě dne 17.4.2015.

*Galka*

## **Prohlášení zástupce spolupracující právnické osoby**

Souhlasím se zveřejněním této diplomové práce v rámci podepsané Smlouvy o důvěrnosti informací dle požadavků čl. 26, odst. 9 Studijního a zkušebního řádu pro studium v magisterských programech VŠB-TU Ostrava.

V Brně dne: 22.4.2015



Ing. Drahomír Tůma

Vedoucí vývoje rozváděčů

ABB s.r.o., Technologické centrum

Vídeňská 117, 619 00 Brno

## **Poděkování**

Děkuji Ing. Zdeňku Hytkovi, CSc. za vedení práce, poskytování konsultací a odborných textů a podkladů pro tuto diplomovou práci.

## **Abstrakt**

Tato diplomová práce se zabývá rozbořem, výpočtem a optimalizací dielektrického pole v prostoru přípojníc a odpojovače v dvojsystémovém rozvaděči. Obsahuje teoretickou a praktickou část.

Teoretická část obsahuje popis rozvaděče, uspořádání přípojníc a odpojovače, určení izolačních vzdáleností, rozbor vlivu tvaru a povrchu přípojníc a okolních podmínek na rozložení elektrického pole a vznik koróny.

V praktické části je obsaženo modelování elektrického pole, výpočet intenzit pole a jeho optimalizace. Výsledky z praktické části, jsou pak srovnány se skutečným rozvaděčem. Praktická část je provedena s pomocí softwaru Ansys Maxwell.

## **Klíčová slova**

elektrické pole, izolační návrh, rozvaděč, Maxwellovy rovnice, metody řešení elektrického pole, metoda konečných prvků, Maxwell 16.0, Solidworks, elektrický přeskok, elektromagnetické pole, charakter pole, potenciál, kapacita, Laplaceova a Poissonova rovnice

## **Abstract**

This thesis deal with analysis, calculation and optimization of dielectric field of busbars and isolator space in dual system switchgear. This thesis contains theoretical and practical part.

Theoretical part contains description of the switchgear, as well as description of arrangement of busbar and isolator and description of ambient conditions. Distribution of electric field around busbars and isolator is also part of this thesis.

Practical part contains computer modeling of electric field, field strength calculation and its optimization. Results from practical part of the thesis are then compared with actual implementation of the switchgear. An Ansys Maxwell software is used for realization of the practical part of the thesis.

## **Keywords**

electric field, insulating proposal, switchgear, Maxwell's equations, methods of electric fields solving, finite element method, Maxwell 16.0, Solidworks, electrical fleshover, electromagnetic field, field character, potential, capacity, Laplace's and Poisson's equation

## Obsah

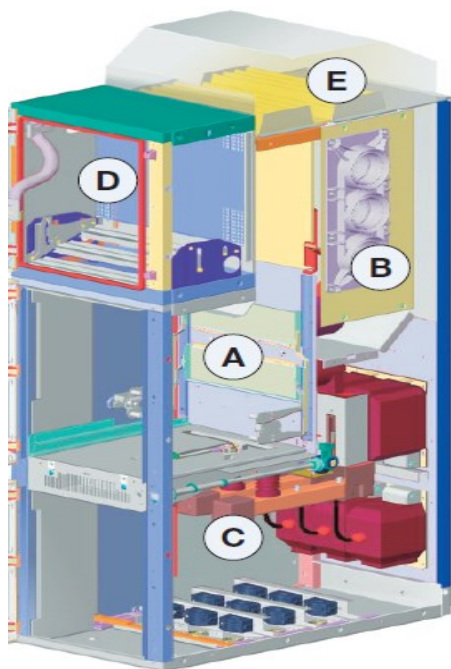
1 Úvod.....	1
1.1 Dielektrický prostor rozvaděče.....	2
2 Vzduchová izolace.....	3
2.1 Povrchový přeskok.....	6
3 Elektromagnetické pole.....	9
4 Vliv prostředí na elektromagnetické jevy.....	11
4.1 klasifikace elektromagnetických jevů.....	13
5 Elektrické pole.....	14
5.1 Potenciál.....	16
5.2 Makroskopické pole.....	18
5.3 Charakter pole.....	19
6 Poissonova a Laplaceova rovnice.....	21
7 Pole nabitých vodičů (přípojníc).....	22
7.1 Pole při povrchu přípojníc.....	25
8 Kapacita.....	27
8.1 Kapacita většího počtu elektrod.....	30
9 Vyšetřování průběhu elektrostatických polí.....	33
10 Metoda konečných prvků – software Maxwell 16.0.....	40
11 Rozbor zadání a předpoklady při řešení.....	41
12 Příprava 3D Modelu.....	43
13 Výpočet intenzit pole v softwaru Maxwell.....	45
14 Výpočet intenzit pole v prostoru přípojníc a odpojovačů.....	46
15 Rozbor výsledků.....	53
16 Závěr.....	55
Seznam použité literatury.....	58
Internetové zdroje.....	58
Přílohy	

# 1 Úvod

Řešený rozvaděč, je produktem firmy ABB, jedná se o rozvaděč Unigear ZS1 s dvojitým systémem přípojníc. Samotný rozvaděč představuje komplexní soubor přístrojů spínacích, jisticích, ochranných a měřicích. Úkolem této práce je zabývat se dielektrickým polem v okolí proudovodné dráhy přípojníc a odpojovačů v tomto rozvaděči a navržení možných variant optimalizace tohoto pole. Přípojnice jsou obdélníkového průřezu, potažené izolačním materiálem. Každá přípojnice má svůj odpojovač. Prostory jedné a druhé přípojnice a jejich odpojovačů jsou rozděleny kovovou přepážkou, tvoří tak dvě konstrukčně shodně řešená prostředí. Obě přípojnice pak mají společný vypínač. Prostor přípojníc a odpojovačů obecně je vymezen plechovými stěnami rozvaděče. Jedna přípojnice je chápána jako 3 fázové vodiče. Jmenovitá hodnota napětí rozvaděče je 17,5kV. Normální pracovní podmínky rozvaděče jsou:

- minimální teplota okolního vzduchu  $-5^{\circ}\text{C}$
- maximální teplota okolního vzduchu  $+40^{\circ}\text{C}$
- maximální relativní vlhkost 95%
- maximální nadmořská výška 1000 m
- normální nekorosivní a neznečištěná atmosféra

Při řešení práce bude uvažována funkce rozvaděče za těchto podmínek. Okolní stav prostředí může ovlivnit stav vnitřních podmínek v rozvaděči. Protože se jedná o vzduchem izolovaný rozvaděč, bude pro řešení významná především vlhkost uvnitř rozvaděče. Maximální dovolené oteplení proudovodné dráhy rozvaděče je  $75^{\circ}\text{C}$ . K takovému oteplení však za bezporuchového provozu nedojde.



Rozvaděč Unigear ZS1 je složen z několika sekcí, jsou jimi sekce A (sekce přístroje), B (sekce přípojníc) tato je předmětem řešení této práce, C (sekce přívodů), D (pomocná sekce pro uložení doplňujících přístrojů a kabeláže), E (sekce pro odvedení plynů vytvářených obloukem). V sekci B je možné vidět provedení průchodek přípojníc do rozvaděče. (G)

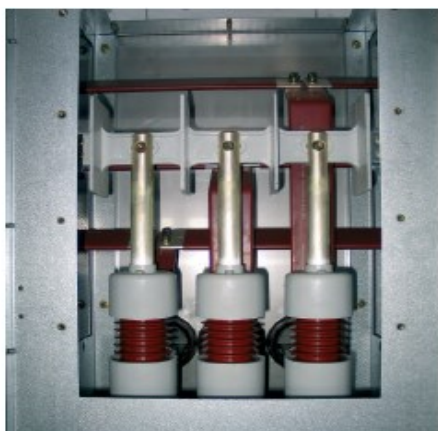
Obr.1 – Pole rozvaděče s vyznačením sekcí



## 1.1 Dielektrický prostor rozvaděče

Řešený prostor začíná vstupem izolované přípojnice přes průchodku do boční strany rozvaděče. Přípojnice procházejí skrz celý rozvaděč a jsou izolovány izolací na vodičích, tato však jen zkracuje nutné izolační vzdálenosti, průchodkami z epoxidové pryskyřice na vstupu a výstupu z rozvaděče a vzduchem uvnitř rozvaděče. Průchodky jsou umístěny vertikálně pod sebou. Na přípojnice se kolmo napojují odbočky k odpojovači. Spojení přípojníc a odboček je provedeno šroubovým spojem. Odpojovač je trojpólový, tvořený pevnými a pohyblivými izolačními dílci a proudovodnou drahou. Pevné izolační dílce představují průchodky pohyblivých kontaktů odpojovače, pohyblivý je dílec pohybující kontakty odpojovače a zároveň od sebe izoluje jednotlivé fáze. Za odpojovačem následuje sekce vypínače, tato však již není součástí řešení.

Všechny izolační díly jsou namáhány vysokým napětím 17,5kV při frekvenci 50Hz. Elektrické pole, stejně jako intenzita elektrického pole jsou proměnné v čase. Byť je elektrické pole proměnné v čase s frekvencí 50Hz, bude považováno za stacionární, tedy za pole v němž bude zanedbán posuvný proud právě z důvodu nízké frekvence. Rozložení elektrického pole bude vyjádřeno rozložením intenzity elektrického pole podél proudovodné dráhy. Maximální hodnoty intenzity elektrického pole lze předpokládat na hranách a hrotech proudovodné dráhy. Dielektrické prostředí podél proudovodné dráhy lze zjednodušeně chápat jako po částech homogenní a lineární, permitivita a vodivost dielektrických materiálů mají tedy ve všech místech stejnou hodnotu a jsou nezávislé na napětí a teplotě. Dielektrickým prostředím je rozuměno prostředí obklopující proudovodnou dráhu, tedy průchodky, pohyblivé izolační dílce a vzduch. (G)



Obr.2 – provedení odpojovače



Obr.3 – prostor přípojníc

## 2 Vzduchová izolace

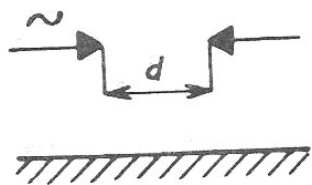
Vzduchová izolace je převažujícím izolačním prvkem v daném rozvaděči, izoluje zde rozdílné potenciály přípojníc a odboček k odpojovači. Na přípojnících a odbočkách je sice navlečena izolace, tvořená smršťovací hadicí, slouží však jen pro snížení izolačních vzdáleností ve vzduchu. Elektrická pevnost této izolace není dostačující pro odizolování rozdílných potenciálů přípojníc a přípojníc a země, snižuje však účinně intenzitu elektrického pole v okolí proudovodné dráhy. Pro spolehlivou funkci jakékoliv izolace platí, že nejvyšší intenzita elektrického pole nesmí přesáhnout velikost ionizačního gradientu daného izolantu. Významná je zde vždy tloušťka izolační vrstvy materiálu. Pro stanovení výchozích vzdušných izolačních vzdáleností mezi živými a neživými částmi rozvaděče s různým potenciálem lze užít empirických vztahů uvažujících vzájemného působení elektrod s různým potenciálem na sebe navzájem. Elektrody jsou vždy hrotem nebo rovinou o záporné či kladné polaritě, představující živé a neživé části s různým potenciálem. Elektrická pole vznikající mezi takto tvarovanými elektrodami jsou silně nehomogenní a značně se přibližují polím vznikajícím v elektrických přístrojích. Přesnost empirických vztahů bude tím větší, čím více se konfigurace elektrod bude blížit konfiguraci, jejímž měřením byl vzorec stanoven. Při aplikaci těchto vztahů je nutné respektovat vymezené doskokové vzdálenosti výbojů. Výchozím údajem pro početní řešení vzdušné izolace je napětí střídavé zkoušky. Pro hladinu 17,5kV je napětí střídavé zkoušky 38kV. Uvažuje se také případ namáhání rázovou vlnou a pro tento případ jsou odvozeny vzorce pro určení izolační vzdálenosti na základě výdržného napětí při atmosferickém impulsu. Pro 17,5kV je hodnota rázové vlny 95kV.

Konfigurace elektrod a příslušné empirické vztahy pro výpočet vzdušné izolační vzdálenosti z napětí výdržné zkoušky jsou:

- hrot – hrot

$$U_p \approx 3,4d + 14(1 - e^{-0,25d}) \quad [1]$$

Vztah platí pro doskokovou vzdálenost  $d < 150\text{cm}$ .



Obr.4 – konfigurace hrot-hrot

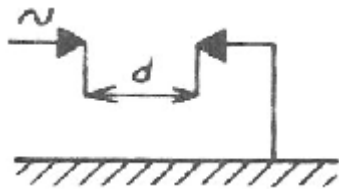
(B,D,E)

- hrot – uzemněný hrot

$$U_p \approx 3,7d + 19(1 - e^{-0,3d})$$

[2]

Vztah platí pro doskokovou vzdálenost  $d < 250\text{cm}$ .



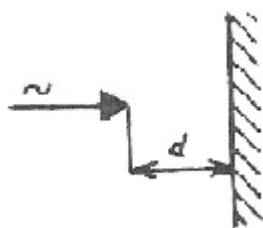
Obr.5 – konfigurace hrot - uzemněný hrot

- hrot – uzemněná rovina

$$U_p \approx 3,5d + 15(1 - e^{-0,3d})$$

[3]

Vztah platí pro doskokovou vzdálenost  $d < 150\text{cm}$ .



Obr.6 – konfigurace hrot – uzemněná rovina

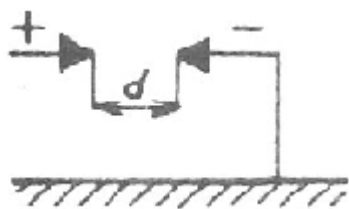
Konfigurace elektrod a příslušné empirické vztahy pro výpočet vzdušné izolační vzdálenosti z napětí rázové zkoušky jsou:

- kladný hrot – záporný hrot

$$U_p \approx 6,7d + 25(1 - e^{-0,25d})$$

[4]

Vztah platí pro doskokovou vzdálenost  $d < 40\text{cm}$ .



Obr.7 – konfigurace kladný hrot – uzemněný záporný hrot

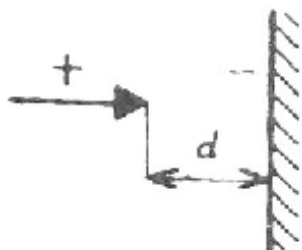
(B,D,E)

- kladný hrot – uzemněná rovina

$$U_p \approx 5,5d + 15(1 - e^{-0,5d})$$

[5]

Vztah platí pro doskovou vzdálenost  $d < 40\text{cm}$ .



Obr.8 – konfigurace kladný hrot – uzemněná rovina

Uvedené konfigurace elektrod jsou ty nejnejpříznivější možné a tudíž směrodatné pro prvotní určení vzdušných izolačních vzdáleností.

Elektrická pevnost vzduchu v nehomogenním elektrickém poli tedy silně závisí na tvaru elektrod. Měřením bylo zjištěno, že hodnota průrazného napětí  $U_p$  narůstá s doskovou vzdáleností  $d$  přibližně exponenciálně a při vzdálenostech  $d > 30\text{cm}$  už téměř lineárně. Hodnota elektrického namáhání na mezi pevnosti je nyní podstatně nižší, než v případě pole homogenního. Klesá z běžně uvažovaných  $30\text{kV/cm}$  v homogenním poli na asi  $5\text{kV/cm}$  pro doskovou vzdálenosti v řádech desítek centimetrů a přibližně na  $3\text{kV/cm}$  pro doskovou vzdálenosti v řádech stovek centimetrů. Tyto vzdálenosti by se již týkaly přístrojů VVN. Pokles elektrické pevnosti s narůstající doskovou vzdáleností v nehomogenním poli je způsoben prodlužováním střední volné dráhy ionizovaných částic, čímž narůstá pravděpodobnost srážek a ionizace částic neutrálních.

Kromě tvaru a polarity elektrod má na elektrickou pevnost vzduchu zásadní vliv tlak, jak vyplývá z Paschenovy křivky. Přetlak nebo podtlak či vakuum způsobují zvýšení elektrické pevnosti. Minimum elektrické pevnosti odpovídá atmosférickému tlaku. Paschenovu teorii však lze aplikovat jen na pole homogenní nebo mírně nehomogenní a je z ní odvozená pevnost vzduchu za normální teploty a tlaku, tj.  $30\text{kV/cm}$ . Dalšími faktory ovlivňujícími elektrickou pevnost vzduchu je teplota a vlhkost. Narůstání teploty a vlhkosti elektrickou pevnost vzduchu snižuje.

(B,D,E)

..

## 2.1 Povrchový přeskok

V elektrických přístrojích a rozvaděčích se často vyskytují rozhraní plyných a pevných izolantů a na nich uložené proudovodné dráhy. Na těchto rozhraních je elektrické pole nehomogenní s největší intenzitou soustředěnou do okolí hran proudovodné dráhy. Aby k povrchovému přeskoku nedošlo je nutné věnovat pozornost rozhraní povrchu pevného izolantu.

K povrchovému přeskoku dochází, neboť povrch izolantu není čistý a hladký. Jsou zde přítomny mikroskopické praskliny, nerovnosti a rýhy způsobené jak výrobním procesem, tak působením okolních podmínek v nichž se izolant nachází. Vlivem okolního prostředí se tak navíc mohou na povrchu usazovat nečistoty, prach a vlhkost s vodivostí větší než vodivost povrchu daného rozhraní. Okolními podmínkami ovlivňující izolanty obecně jsou teplota, vlhkost, prašnost a agresivita okolní atmosféry, například v chemickém průmyslu.

Povrchovou vodivost lze vyjádřit měrným povrchovým odporem v  $\Omega\text{cm}$  jako hodnotu odporu mezi dvěma kovovými hranami dlouhými 1cm a přitisknutými ve vzdálenosti 1cm od sebe. Hodnoty povrchového odporu některých izolantů jsou uvedeny v tabulce 1.

Tab.1 – měrný povrchový odpor materiálů v závislosti na vlhkosti vzduchu

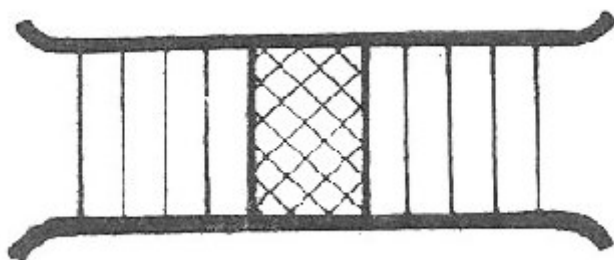
IZOLANT	Měrný povrchový odpor $\gamma$ $\Omega\text{cm}$ při relativní vlhkosti vzduchu		
	50 %	70 %	90 %
Neolézvaný porcelán	$6 \cdot 10^{11}$	$7 \cdot 10^9$	$5 \cdot 10^7$
Sklo	$5 \cdot 10^{10}$	$6 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$
Slíca	$2 \cdot 10^{13}$	$4 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^9$
Umělá pryskyřice	$5 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{14}$	$2 \cdot 10^{14}$

Jak je z tabulky patrné, povrchový odpor izolantů je silně závislý na vlhkosti, tudíž odolnost proti povrchovému přeskoku je do značné míry dána schopností izolantu nevlnout. Dobře odolávají vlhkosti materiály jako glazovaný porcelán a epoxidové licí pryskyřice s anorganickými plnivými, špatně odolávajícími materiály jsou fenolické pryskyřice, izolační materiály na bázi tvrzeného papíru a organické látky jež vlivem povrchových proudů uhebnatí. Poruchy na povrchu zpravidla nejsou rovnoměrné, tudíž vznikají mikroskopické oblasti s různou povrchovou vodivostí, což způsobuje deformaci původního rozložení elektrického pole. Na úseky lépe izolující připadá poměrně větší díl přiloženého napětí, čímž se zvyšuje elektrické namáhání přilehlé vzduchové vrstvy a prakticky zkracuje přeskovou vzdálenost mezi elektrodami. Podobně působí i elektrolytické procesy na povrchu izolantu jako důsledek usazujících se nečistot a prachu, jelikož podstatnou částí usazujících se nečistot jsou soli, které společně s vysráženou vlhkostí tvoří elektrolytické vrstvy s nezanedbatelnou vodivostí. Těmito vrstvami protékají drobné proudy, které vrstvu vznikajícím teplem vysušují.

K vysušení dojde nejdříve v místě největší proudové hustoty vrstvy a zde, v místě kde po vysušení elektrolytu značně naroste izolační odpor, se soustředí plné napětí, jež může vyvolat ionizační jevy okolních dielektrik, hlavně pak vzduchu.

Na okolnost, jak ovlivňuje tvar izolátoru jeho celkovou elektrickou pevnost má vliv orientace plochy povrchu vzhledem k průběhu siločar elektrického pole.

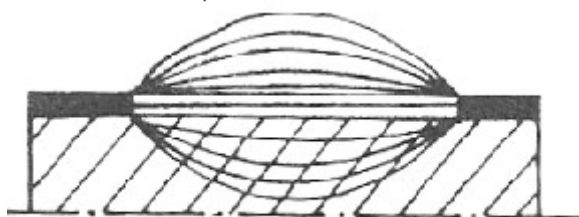
Na obr.9 je znázorněno homogenní pole a rozhraní přesně ve směru siločar.



Obr.9

U tohoto uspořádání nastává přeskok bez předběžného vytvoření koróny.

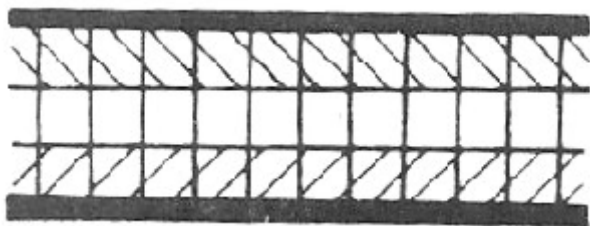
Obr.10 ukazuje rozhraní opět ve směru siločar, jedná se ale o hrotové elektrody se značným zvýšením intenzity pole při jejich povrchu.



Obr.10

Zde již dochází ke vzniku koróny, jež předchází přeskoku. Tento případ se přibližně vyskytuje u podpěrných izolátorů. V obou případech je přeskovové napětí vlivem jevů na povrchu izolantu nižší než ve vzduchu za stejných podmínek.

Na obr.11 je vidět rozhraní probíhající kolmo k siločarám.

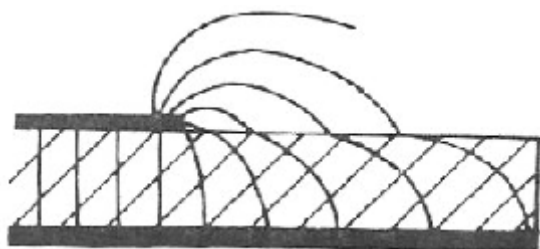


Obr.11

(B,D,F)

Jedná – li se o rozhraní proti vzduchu, je nutné pevný izolant dimenzovat tak, aby sám vyhověl působícímu napětí a současně aby elektrické pole ve vzduchu nikde nepřekročilo hodnotu intenzity, při níž dochází ke koróně a ionizačním pochodům. Uspořádání elektrod podle obr.10 je typické uspořádání přeskokové, kdežto uspořádání podle obr.11 je uspořádání průrazné.

Velmi často se vyskytuje uspořádání podle obr.12 kdy vzniká velmi nehomogenní pole a siločáry procházejí rozhraním šikmo. Dojde-li k překročení určité hodnoty intenzity pole, dochází ke vzniku klouzavých výbojů. Tento děj je typický u průchodek.



Obr.12

Dielektrická prostředí vykazují vyšší pevnost při působení střídavých napětí, například působení průmyslového kmitočtu 50Hz, než při působení stejnosměrného napětí.

(B,D,F)

### 3 Elektromagnetické pole

V okolí každého vodiče protékaného proudem vzniká elektromagnetického pole. Toto pole lze obecně popsat Maxwellovými rovnicemi. Rovnice se vyskytují v integrálním a diferenciálním tvaru. Integrální tvar Maxwellových rovnic je užitečnější pro praktická řešení pole, poněvadž se vztahují na konečné plochy, délky a objemy. Nahlíží tak na elektromagnetické pole z makroskopického hlediska. Diferenciální tvar rovnic převádí integrální veličiny na veličiny měrné, mající povahu hustot, a soustřeďuje tak platnost matematických vztahů do určitých bodů a elementů.

Integrální tvar Maxwellových rovnic:

$$\oint_C H dl = \sum I + \frac{d\Psi}{dt} \quad [6]$$

$$\oint_C E dl = -\frac{d\Phi}{dt} \quad [7]$$

$$\oint_S D ds = \sum Q \quad [8]$$

$$\oint_S B ds = 0 \quad [9]$$

K těmto rovnicím se připojují materiálové vztahy,

$$D = \varepsilon E \quad [10]$$

$$B = \mu H \quad [11]$$

kde permitivita  $\varepsilon$  a permeabilita  $\mu$  se vztahují k prostředí, v němž pozorovaný děj probíhá. Obvykle se užívá označení

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad [12]$$

$$\mu = \mu_r \mu_0 \quad [13]$$

vněmž  $\varepsilon_r$  a  $\mu_r$  značí poměrné hodnoty prostředí k vakuu. V rovnicích [12] a [13] jsou  $\varepsilon$  a  $\mu$  konstantami jen v prostředí izotropním, lineárním a homogenním, tedy v prostředí, kdy jsou materiálové veličiny nezávislé na intenzitě elektromagnetického pole, majíc ve všech směrech stejnou hodnotu a rovněž ve všech bodech v daném prostředí. V praxi však materiálové veličiny závisí na kmitočtu probíhajícího jevu.

(A,C)



V rovnicích [6] a [7] značí křivkový integrál cirkulaci vektoru po uzavřené křivce  $C$ , v rovnicích [8] a [9] pak plošné integrály znamenají výtok vektoru z uzavřené plochy  $S$ . Symbol  $\sum I$  představuje celkový kondukční, nebo konvekční proud, což je proud volných nábojů procházející jakoukoliv křivkou  $C$ . Výraz  $\sum Q$  je celkový volný náboj obsažený v objemu obaleném plochou  $S$ . Slovem „volný“ označujeme náboje elektronů či iontů, které se mohou odpoutat od atomů nebo molekul, přemísťovat se mezi nimi a propůjčovat tak tělesům celkový náboj kladný nebo záporný.

Diferenciální tvar Maxwellových rovnic:

$$\text{rot}H = J_0 + \frac{\partial D}{\partial t} \quad [14]$$

$$\text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad [15]$$

$$\text{div}D = \rho_0 \quad [16]$$

$$\text{div}B = 0 \quad [17]$$

V tomto tvaru platí rovnice jen v regulárních bodech pole, v nichž jsou veličiny pole spojitě a spojitě diferencovatelné funkce polohy. Jinak hustota proudu  $J_0$  a hustota náboje  $\rho_0$  se opět vztahují jen k nábojům volným. Proud může být indukován buď vlastním elektrickým polem  $E$ , potom platí diferenciální tvar Ohmova zákona,

$$J_0 = \gamma E \quad [18]$$

nebo může být vnucen cizím zdrojem. Pro řešení diferenciálních rovnic obecně platí nutnost určení počátečních podmínek. Stejně tomu je také u Maxwellových rovnic, kde rovnice [17] představuje počáteční podmínku rovnice [15] a říká, že  $\text{div}B$  musí být nezávislá na čase v každém bodě prostoru. Stejně tak je rovnice [16] počáteční podmínkou rovnice [14].

(A,C)

## 4 Vliv prostředí na elektromagnetické jevy

Vliv prostředí je zahrnut ve veličinách  $\epsilon, \mu$  a  $\gamma$  označující měrnou vodivost. Prostředí můžeme označit za lineární, pokud veličiny  $\epsilon, \mu, \gamma$  nejsou závislé na veličinách  $E$  nebo  $H$ . Jsou – li materiálové konstanty ve všech směrech stejné, pak se jedná o prostředí izotropní. Zde složka  $E_x$  vektoru  $\mathbf{E}$  závisí jen na složce  $D_x$  vektoru  $\mathbf{D}$ . V prostředí Anizotropním závisí každá složka  $\mathbf{D}$  na všech třech složkách  $\mathbf{E}$ . Jestliže jsou konstanty stejné ve všech bodech, mluvíme o prostředí homogenním.

Aby bylo možné praktické řešení elektromagnetického pole v různých prostředích, je nutné přejít od mikroskopických polí a veličin jednotlivých nábojů k vyhlazeným makroskopickým veličinám. Toto obecně spočívá ve vytvoření integrálů přes malý zvolený objem a malý časový úsek a v dělení těchto integrálů tímto objemem a časem. Nejjednodušší vyhlazenou veličinou je hustota náboje  $\rho$ . Vzhledem k nepatrnému náboji elektronu nebo protonu můžeme náboj v makroskopické teorii považovat za libovolně dělitelnou substanci, která má v elementárním objemu  $dV$  průměrnou hustotu

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad [19]$$

Přičemž  $dV$  musí být vyhlazeno i v čase. Objem  $dV$  však může mít rozměry i menší než objem volného prostoru mezi jednotlivými náboji v prostředí. Potom by se  $\rho$  neustále skokově měnilo v závislosti, padne – li  $dV$  do prázdného prostoru mezi náboji nebo ne. Tuto možnost lze eliminovat uvažováním fyzikálních prvků splňující určité podmínky, narozdíl od matematických elementů  $dV, dS, dl$ , které se limitně blíží k nule. Podmínky pro fyzikální prvky jsou

- a) Musí obsahovat dostatečně velký počet nabitých částic, aby se nerovnoměrnosti mikroskopických polí na venek neprojevovaly.
- b) Jsou zanedbatelně malé proti makroskopickým nerovnostem polí, aby je bylo možné bez velké chyby dosazovat do vztahů a rovnic stejně jako matematické prvky.

V rozsahu fyzikálních prvků můžeme makroskopické veličiny považovat přibližně za konstantní. Vystředění v objemu lze zjednodušeně vyjádřit také

$$A = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} a dV \quad [20]$$

kde  $a$  je mikroskopická veličina,  $A$  je makroskopická vystředěná veličina. V praxi je pak možné vytknout takové malé plošky, objemy a úsečky, jež vyhovují oběma podmínkám. Není – li možné takové prvky najít, stává se makroskopická teorie nepřesnou. Lze říci, že pojem hustoty je použitelný vždy, když vzdálenost  $r$  je podstatně větší, než jsou rozměry a vzdálenosti mikroskopických částic.

(A,C)

Je možné vyslovit pravidlo, že vystředěná derivace funkce je rovna derivaci vystředěné funkce, například

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_s = \frac{\partial f_s}{\partial x}, \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s = \frac{\partial f_s}{\partial t}. \quad [21]$$

Podle vztahu [17] je možné tvořit hustoty i jiných veličin, představujících sčítatelná množství skalárního či vektorového charakteru. Pokud se taková množství vyskytují na plochách, lze vytvořit pojem plošné hustoty, při výskytu na křivkách vzniká pojem- hustota liniová. Vmakroskopické teorii vystupují, kromě konstant souvisejících s vakuem, čtyři další druhy vystředěných makroskopických veličin. Jsou jimi

- veličiny pole  $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \varphi$  atd.,
- veličiny budící  $\mathbf{J}, \rho$  atd.,
- veličiny kvantifikující vlastnosti prostředí  $\varepsilon, \mu, \gamma$
- veličiny určité soustavy vyplývající z rozměrů a vlastností jejich částí, například  $R, L, C$

Makroskopická teorie vychází z teorie mikroskopické, a proto při uvažování fyzikálních prvků dochází k idealizacím majícím za následek nepřesnosti v řešení. Tomuto se lze vyhnout uvažováním vystředěných veličin, tedy veličin prostorově rozložených.

(A,C)

#### 4.1 klasifikace elektromagnetických jevů

Elektrické i magnetické pole lze, z hlediska proměnlivosti v čase rozdělit na několik typů, přičemž prakticky i technologicky největší význam mají pole v čase proměnlivá.

- Pole elektrostatické nevykazuje v čase žádné změny, náboje v elektrostatickém poli se jeví klidné vůči pozorovateli. Technicky z elektrostatického pole nelze příliš vytěžit, je však významné v technice vysokých napětí.
- Dalším typem je stacionární pole, v němž se náboje pohybují konstantní rychlostí v čase. V praxi se jedná o stejnosměrné proudění ve vodičích, v plochách nebo v prostoru. Magnetické pole buzené stacionárním proudem bude statické, ale jen v případě ustáleného chodu. Také všechny další veličiny jsou v čase konstantní, platí tedy Maxwellovy rovnice při vynechání obou časových derivací. Mezi polem statickým a stacionárním existuje matematická analogie usnadňující řešení.
- Nejširší skupinou jsou jevy nestacionární. Zde platí úplné Maxwellovy rovnice, včetně časových derivací. Pro řešení většiny technických úloh je možné, v rovnicích [6] a [14] zanedbat druhý člen pravé strany proti prvnímu, neboli proud posuvný, proti proudu volných elektronů. Tyto jevy se nazývají jevy kvazistacionárními a jsou speciálním případem jevů nestacionárních.

(A,C)

## 5 Elektrické pole

Elektrická část elektromagnetického pole působícího v rozvaděči je právě ta složka, která namáhá dielektrické materiály a izolační dílce v rozvaděči. Byť se jedná o pole v čase proměnné s frekvencí 50Hz, pro řešení je nutné vyjít z nejjednoduššího modelu – elektrostatického pole ve vakuu.

Tento model reprezentují statická pole bodových nábojů ve vakuu, působení těchto nábojů a jejich polí na sebe navzájem popisuje Coulombův zákon. Podle Coulombova zákona působí na sebe dva náboje  $Q_1$  a  $Q_2$  ve vzdálenosti  $r$  silou o velikosti

$$F = |F_{12}| = |F_{21}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad [22]$$

Přičemž platí  $F_{12} = -F_{21}$ . Náboje opačné polaritě se přitahují. Sílu  $F_{12}$ , kterou působí náboj  $Q_1$  na náboj  $Q_2$ , vyjádříme vektorově, násobíme – li rovnici [20] jednotkovým vektorem orientovaným ve směru 1-2, tedy zlomkem  $\mathbf{r}_{12} / r$ ,

$$\text{kde} \quad r = |\mathbf{r}_{12}| = |\mathbf{r}_{21}| \quad [23]$$

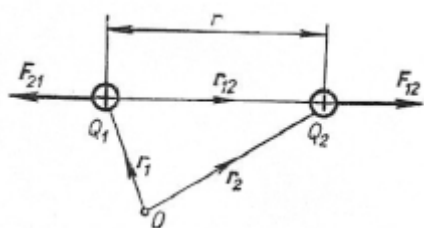
$$\text{tedy} \quad F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \mathbf{r}_{12} \quad [24]$$

Konstanta  $\epsilon_0$  vyplývá ze soustavy SI. Její velikost a rozměr jsou  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ . Nazývá se permitivitou vakua.

Coulombův zákon má rozsáhlou platnost, až pro vzdálenosti v řádech  $10^{-13} \text{ cm}$  (tj. uvnitř atomu). Je možné jej aplikovat na elektrony a protony obsažené v jakémkoliv prostředí a rovněž na nabitá tělesa, jejichž vzdálenosti jsou mnohem větší, než rozměry těchto těles. Vztah mezi silou a náboji je lineární, lze tedy uplatnit princip superpozice – výsledná síla působící na náboj od většího počtu jiných nábojů je dána vektorovým součtem sil působících od jednotlivých nábojů. Na obr.14 je znázorněno působení sil mezi třemi náboji a zřejmě musí platit

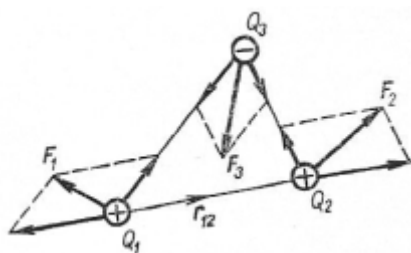
$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0 \quad [25]$$

neboť součet obsahuje vždy dvě síly téže velikosti, ale opačného smyslu.



Obr.13 – Coulombovské síly

(A,C)



Obr.14 – Superpozice sil mezi náboji

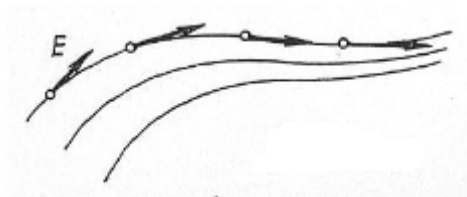
Dojde – li ke zrušení Coulombovské síly, odstraněním jednoho z nábojů, bude existovat elektrické pole v okolí neodstraněného náboje jakožto reálný fyzikální objekt, což znamená, že každý náboj ve svém okolí budí elektrické pole, bez ohledu, zda může silově působit na jiné náboje. Elektrické pole, jako fyzikální objekt, je jevem jak kvalitativním, tak kvantitativním.

Kvantitu elektrického pole vyjadřuje veličina intenzita elektrického pole  $\mathbf{E}$  a lze ji definovat z Coulombova zákona vyjmutím náboje  $Q_2$ , čili intenzita elektrického pole

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{r^3} \quad [26]$$

Není závislá na čase, jedná se zatím o statické pole, a je rovna síle, kterou by pole v určitém bodě působilo na zkušební náboj, jenž by nenarušil tvar a velikost měřeného pole. Rovnice [24] uvažuje počátek kulových souřadnic v místě budícího náboje  $Q$ . Leží – li náboj  $Q$  mimo tento počátek, je třeba dosadit  $r = r_1 - r_2$ ,  $r = |r_1 + r_2|$ . Jednotkou intenzity elektrického pole je V/m. I zde se uplatní princip superpozice – výsledné pole  $\mathbf{E}$  soustavy bodových nábojů, je vektorovým součtem jednotlivých polí.

Pole vektoru  $\mathbf{E}$  je matematickým vektorovým polem popisující kvantitativně fyzikální realitu nazývanou elektrické pole. Každé vektorové pole lze znázornit čarami, k nimž příslušný vektor má v každém bodě tečný směr, jak znázorňuje obr.15.



Obr.15 – Linie vektoru  $\mathbf{E}$

Dostaneme tak linie vektoru  $\mathbf{E}$ , nazývané siločáry. Ty pak tvoří geometrii a tvar daného pole. Podmínku, že vektor intenzity pole  $\mathbf{E}$  je všude tečnou k silové čáře, lze vyjádřit rovnicí

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z} \quad [27]$$

(A,C)

## 5.1 Potenciál

Pro další rozbor pole je důležité, že rovnice [24] obsahuje zlomek  $\frac{r}{r^3}$ , což lze zapsat jako

$$\frac{r}{r^3} = -\text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) \quad [28]$$

To umožňuje vyjádřit pole  $E$  buzené bodovým nábojem jako záporný gradient skalárního potenciálu  $\varphi$  podle

$$E = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \text{grad}\left(\frac{1}{r}\right) \quad [29]$$

Položíme-li

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + K \quad [30]$$

dostaneme

$$E = -\text{grad}\varphi \quad [31]$$

neboli  $E_x = -\partial\varphi/\partial x$ ,  $E_y = -\partial\varphi/\partial y$ ,  $E_z = -\partial\varphi/\partial z$ . A protože  $\sum \text{grad}\varphi = \text{grad}(\sum \varphi)$ ,

platí podle zásady superpozice vztah [29] pro libovolnou soustavu bodových nábojů. Potenciál podle rovnic [28] a [30] je spojitý a konečný ve všech bodech kromě  $r = 0$ , v nichž sídlí bodové náboje. Veličina  $K$  je libovolná konstanta, její gradient je roven 0. Použití potenciálu při vyšetřování polí je výhodné, protože jde o funkci skalární  $\varphi(x,y,z)$ . I superpozice polí jednotlivých nábojů je snazší, neboť platí

$$\varphi = \sum_{k=1}^n \varphi_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{rk} + K \quad [32]$$

kde  $Q_k$  je jeden z celkového počtu  $n$  bodových nábojů,

$rk$  je vzdálenost referenčního bodu od  $Q_k$

Zvolíme-li konstantu  $K$ , nebo je-li zvolen potenciál v určitém bodě, stává se pak  $\varphi$  jednoznačný v celém poli a můžeme použít geometrické metody k jeho znázornění. Ta spočívá v představě ekvipotenciálních ploch spojující body stejného potenciálu. Potenciálu  $\varphi$  lze přisoudit fyzikální význam, pokud

$$E \cdot dr = -\text{grad}\varphi \cdot dr = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z} dz\right) = -d\varphi \quad [33]$$

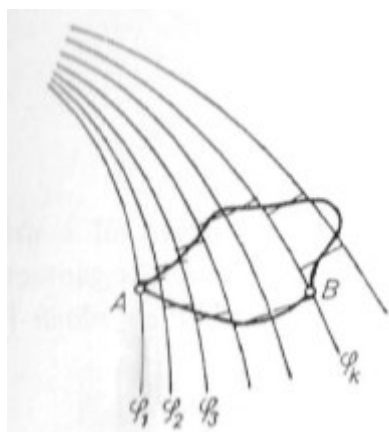
Součin  $E \cdot dr$  je roven práci, kterou by pole vykonalo, při pohybu jednotkového náboje při pohybu po elementární dráze  $dr$ . Je rovna úbytku potenciálu po dráze  $dr$ . Působí-li na náboj intenzita pole po libovolné dráze mezi body A,B, vykoná práci rovnou rozdílu potenciálu, což je napětí.

$$\int_A^B E \cdot dr = - \int_A^B d\varphi = \varphi_A - \varphi_B = U_{AB} \quad [34]$$

Z rovnice [31] plyne, že práce nezávisí na tvaru dráhy mezi body A, B. Jak je zřejmé z obr.16, jakoukoliv dráhu můžeme složit z krátkých úseků mezi sousedními ekvipotenciálami a úseků na ekvipotenciálách. Pole koná práci vždy, pokud se jedná o pohyb mezi ekvipotenciálami. Spadá-li dráha  $dr$  do ekvipotenciály, je

$$-d\varphi = E \cdot dr = 0 \quad [35]$$

takže linie  $E$  jsou kolmé k ekvipotencionálním plochám. Takto lze soustavou linií  $E$  a ekvipotenciál modelovat tvar i kvantitu pole v prostoru.



Obr.16 – Práce při pohybu náboje mezi body A a B nezávisí na tvaru dráhy

(A,C)



## 5.2 Makroskopické pole

Od bodových nábojů a lokálních polí lze přejít k teorii makroskopického pole vyjádřením prvku náboje, jako hustoty náboje v malé části objemu

$$dQ = \rho dv \quad [36]$$

S prvkem náboje lze nyní zacházet jako s nábojem bodovým a nahradit jím ve všech předcházejících rovnicích  $Q$  a  $dQ$ . Superpozice se nyní bude provádět integrací, na místo sumace. Jsou-li náboje rozloženy spojitě po objemu  $V$ , je intenzita pole jimi buzeného

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho \mathbf{r}}{r^3} dV \quad [37]$$

kde  $\mathbf{r}$  je orientovaná vzdálenost od prvku  $dV$  k referenčnímu bodu a  $r = |\mathbf{r}|$ . Stejně jako v rovnici [28] lze psát

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho \left[ -\text{grad} \frac{1}{r} \right] dV \quad [38]$$

Rovnici [35] je možné přepsat jako

$$E = -\text{grad}\varphi \quad [39]$$

tedy stejně jako rovnici [29]. Toto platí i pro střední makroskopickou hodnotu  $E$ . Potenciál lze vyjádřit

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho}{r} dV + K \quad [40]$$

Je-li objem  $V$  konečný a  $K = 0$ , vyjde v nekonečnu potenciál nulový.

(A,C)

### 5.3 Charakter pole

Každé vektorové pole je charakterizováno funkcemi divergence a rotace. Divergenci a rotaci můžeme určit s pomocí vektorové analýzy.

Divergence výrazu [34] bude vypadat

$$\operatorname{div} E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \rho \left[ -\operatorname{div} \operatorname{grad} \left( \frac{1}{r} \right) \right] dV \quad [41]$$

a výsledkem je

$$\operatorname{div} E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (+4\pi\rho)_{(r=0)} = \left( \frac{\rho}{\epsilon_0} \right)_{(r=0)} \quad [42]$$

Poznámka  $r = 0$  znamená, že jde o divergence  $E$  právě v bodě, kde se nachází prvek náboje  $\rho dV$  neboli, že referenční bod splynul se zdrojem. Jenom tento bod dává do integrálu [37] nenulový příspěvek rovný  $4\pi\rho$ . Zapišeme-li

$$\operatorname{div} E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad [43]$$

vztahují se obě strany rovnice na též bod v prostoru. Tento diferenciální tvar Gaussovy věty elektrostatiky platí jen v regulárních bodech pole, kde  $E$  je spojitě a spojitě diferenciovatelné a  $\rho$  konečné. Lokální hustota výtoku vektoru  $E$  je úměrná hustotě nábojů v tomtéž bodě. Integrujeme-li tyto hustoty po objemu  $V$ , dostaneme integrální tvar

$$\int_V \operatorname{div} E dV = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV \quad \text{neboli} \quad \oint_S E \cdot ds = \frac{\sum Q}{\epsilon_0} \quad [44]$$

Výtok vektoru z plochy  $S$  obalující objem  $V$  je roven  $1/\epsilon_0$  krát součet všech nábojů v daném objemu přítomných. Při teoretických úvahách lze použít „ toku vektoru  $E$  plochou  $S$  značeného  $\chi$  a definovaného

$$\chi = \int_S E \cdot dS = \int_S E \cdot n dS = \int_S E_n dS \quad [45]$$

Všechny tři definice jsou ekvivalentní. Rovnice [39] a [40] jsou určitým tvarem 3. Maxwellovy rovnice.

Určení rotace  $E$  plyne z výrazu [36], obecně v elektrostatickém poli je  $\operatorname{rot} E$

$$\operatorname{rot} E = -\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0 \quad [46]$$

(A,C)

Rotace je plošnou hustotou. Do integrálního tvaru převedeme [42] integraci po nějaké neuzavřené ploše, dostaneme tedy

$$\int_S \text{rot} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0 \quad [47]$$

Výsledky rovnic [39] a [42] říkají, že elektrostatické pole je potencionální a nevírové. Linie intenzity elektrického pole  $\mathbf{E}$  začínají na kladných nábojích a končí na záporných, nemohou tvořit uzavřené křivky. Pole charakterizované vektorem  $\mathbf{E}$  je konzervativní, vrací vždy celou práci vnějšími silami do něj vloženou. Rovnice [34] a [37] jsou použitelné ve všech bodech pole, i v bodech kde  $\rho = 0$ , protože uvažují kontinuálně rozložené náboje.

(A,C)

## 6 Poissonova a Laplaceova rovnice

Prostřednictvím Gaussovy věty [39] lze odvodit také obecnou diferenciální rovnici pro potenciál pole ve vakuu v závislosti na rozloženíh budících nábojů  $\rho$ . Dosazením výrazu [36] do rovnice [39]

$$\operatorname{div} E = -\operatorname{grad} \varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad [48]$$

$$\text{vznikne } \nabla^2 \varphi = \nabla \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad [49]$$

což je Poissonova rovnice. Platí všude, kde potenciál je konečný a spojitý. Pro body bez nábojů, kde  $\rho = 0$  platí

$$\nabla^2 \varphi = \nabla \varphi = 0 \quad [50]$$

Toto je rovnice Laplaceova. Je to základní vztah pro výpočet polí buzených například nabitými elektrodami, jimiž jsou v tomto případě přípojnice a proudovodná dráha v rozvaděči. V obou těchto rovnicích má operátor  $\Delta$  formu odpovídající zvolené souřadné soustavě. Obě rovnice se užívají pro vyšetření tvaru pole, obecně mají nekonečně mnoho řešení, významné je však to, jež odpovídá podmínkám úlohy.

(A,C)

## 7 Pole nabitých vodičů (přípojníc)

V kovových vodičích se volné elektrony pohybují chaotickým tepelným pohybem mezi kladnými ionty. Vodič se z makroskopického hlediska jeví neutrálním, pokud mu nevnutíme převahu nebo nedostatek elektronů. Pak se jeví záporně nebo kladně nabitým a přechodně v něm vznikne i elektrické pole. Jeho působením se však tyto přebytečné náboje ve velmi krátké době přemístí do definitivní statické polohy a intenzita  $E$  klesne na 0. Jakmile zanikne vnější příčina nerovnováhy, vznikne opět statický stav, jež se uvnitř vodiče vyznačuje veličinami

$$E = -\text{grad}\varphi = 0, \quad \varphi = \text{konst.} \quad [51]$$

Přebytečné elektrony jsou rozmístěny při povrchu vodiče v tak tenké vrstvě, že její tloušťku můžeme proti rozměrům fyzikálních prvků  $dV$  a  $dS$  zanedbat. Vnitřek vodiče je ekvipotenciálním prostorem a povrch vodiče je v elektrickém poli ekvipotenciální hladinou. Doba, za kterou náboje zaujmou ve vodiči statickou polohu, se nazývá relaxační a je zanedbatelně krátká. Volné náboje jsou i při povrchu vodiče přidržovány značnými elektrostatickými silami. Mohou opustit vodič jen při velmi silném vnějším poli, nebo při vysoké teplotě (při tepelné emisi).

Protože je náboj na povrchu rozmítnut v makroskopicky „nulové“ tloušťce, musíme zavést plošnou hustotu náboje  $\sigma$  definovanou obdobně jako objemová hustota náboje  $\rho$ , tedy

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \quad [52]$$

takže rovnici

$$dQ = \sigma dS$$

lze považovat za „bodový“ náboj. Potenciál buzený takovými plošnými náboji

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_Q \frac{dQ}{r} + K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r} + K \quad [53]$$

Podobně jako v případě objemové hustoty náboje  $\rho$ , je i potenciál podle [44] konečný a spojitý ve všech bodech nabité plochy.

Jinou možností rozložení nábojů je liniové rozložení, představitelné jako náboje rozmístěné po vodivém vlákně, jehož průměr lze oproti délce zanedbat. Pak lze definovat liniovou hustotu náboje  $\tau$

$$\tau = \frac{dQ}{dl}, \quad dQ = \tau dl \quad [54]$$

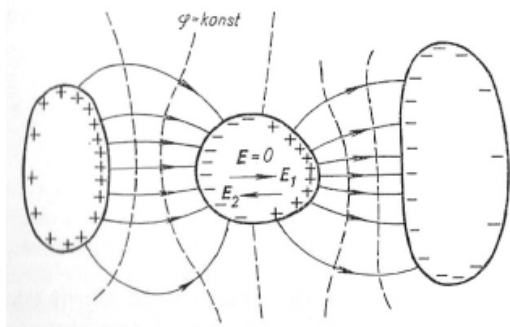
Potenciál buzený nabitou křivkou je

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_C \frac{\tau dl}{r} \quad [55]$$

(A,C)

Kde  $C$  je křivka zaujatá nabitým vláknem a  $dl$  její délkový prvek. Pro usnadnění výpočtu lze užít představy ploch a vláken protažených do nekonečna. V takových případech nelze uvažovat nulový potenciál v nekonečnu a je tudíž nutné volit jeho nulovou hodnotu jinak, například

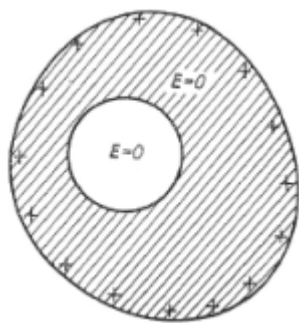
- a) Skutečnost, že povrch vodiče je ve statickém poli vždy ekvipotenciální neznámá, že náboje jsou v něm rozloženy rovnoměrně. Plošná hustota náboje je v různých místech povrchu obecně různá. Může mít dokonce i různou polaritu. Příkladem je vodivé těleso vložené do vnějšího pole. Silami pole (influecí) se náboje na jeho povrchu rozdělí např. podle Obr.17



Obr.17 – Influence nábojů ve vodiči vloženém do pole o intenzitě  $E$

V rovnovážném stavu je v prostředním tělese opět intenzita  $E=0$ , tj. vnější pole  $E_1$  se v každém bodě ruší vlastním (sekundárním) polem  $E_2$  jeho nábojů.

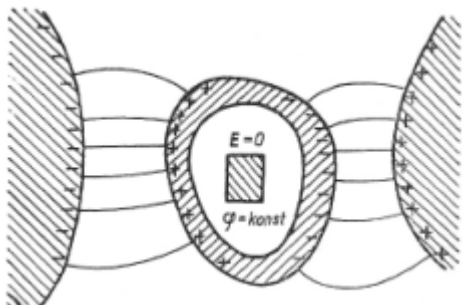
- b) Pokud je v nabitým vodiči prázdná dutina, rozloží se náboje pouze po vnějším povrchu. Na povrchu dutiny přítomny nebudou. Obr.18



Obr.18 – Pole nabitého dutého vodiče (dutina bez náboje)

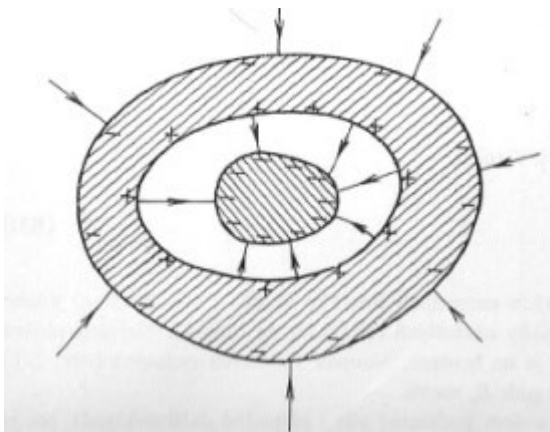
(A,C)

- c) Totéž platí i v případě influence. Je-li ve střední elektrodě podle obr.17 dutina, je na jejím povrchu plošná hustota  $\sigma=0$ . Vnitřek dutiny je odstíněn od vnějšího elektrického pole. Obr.19



Obr.19 – Elektrické stínění

- d) Je-li v dutině jiný náboj, nelze jej odstínit. Bylo by to v rozporu s Gaussovou větou.



Obr.20 – Náboj v dutině vodiče

(A,C)

## 7.1 Pole při povrchu přípojníc

V Gaussově větě [39] máme vztah mezi intenzitou pole  $E$  a budícím nábojem  $Q$ . Podobný vztah lze najít mezi intenzitou pole těsně u povrchu nabitého vodiče a plošnou hustotou náboje na povrchu. Prvek povrchu vodiče  $dS$  s nábojem  $dQ = \sigma dS$  bude vykazovat vektor intenzity pole  $E$  směřující je ven, kolmo z povrchu. Intenzita pole uvnitř vodiče je nulová. Výtok vektoru intenzity pole z prvku  $dS$  plochy přípojnice je

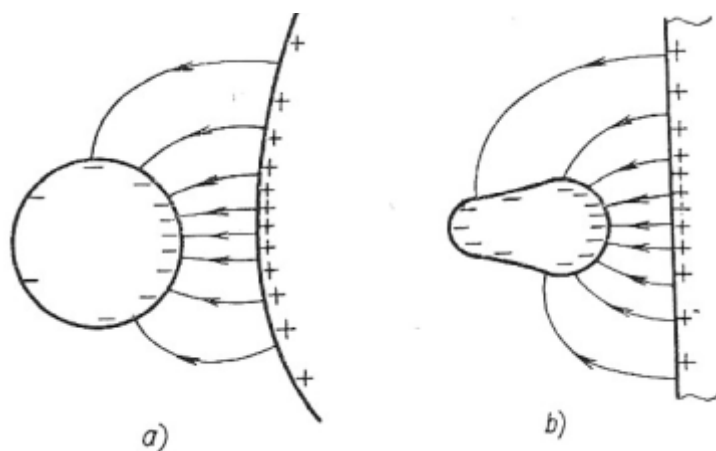
$$d\chi = E_n dS = \frac{dQ}{\epsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\epsilon_0} \quad [56]$$

po aplikaci rovnice [40] vyjde

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad [57]$$

Na rozložení intenzity pole a plošné hustoty nábojů má vliv především tvar přípojníc a proudovodné dráhy, ať se již jedná o geometrický tvar průřezu přípojnice, nebo mikroskopické poruchy a nerovnosti v materiálu vodiče. Největší intenzity pole a hustoty plošných nábojů se vyskytují na ostých hranách a hrotech vodičů. V místech vydutých, kde nevznikají ostré hrany a hroty je intenzita pole a plošná hustota nižší.

Lokální pole je podstatně ovlivněno přítomností jiných nabitých elektrod jak znázorňuje obr.21.



Obr.21 – Vliv dalšího nabitého tělesa na pole vodiče

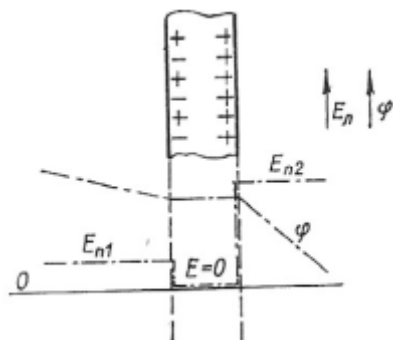
Lze vyslovit úvahu, že je-li povrch vodiče ve statickém poli vždy ekvipotenciální, pak lze na každou ekvipotenciální plochu elektrostatického pole vložit tenkou kovovou elektrodu, aniž by se změnil tvar a intenzita pole. Uvnitř elektrody se náboje rozdělí do dvou vrstev vznikne elektrická dvojvrstva. Jejím účinkem se pole uvnitř elektrody vyruší, potenciál je tedy konstantní podle obr.19.a. Na obr.19b je situace při uvažování nulové tloušťky elektrody. Elektroda jako celek je však stále elektricky neutrální.

Jiná bude situace okolo tenké elektrody nabité nábojem jedné polarity, obr.22.



Platí zde rovnice

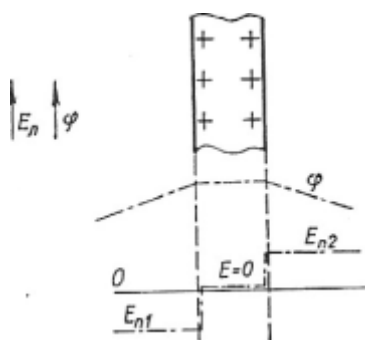
$$E_{n2} = -E_{n1} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad [58]$$



Obr.22 – Nabitá tenká elektroda v cizím poli

Potenciál na nabité ploše mění náhle svoji derivaci, jinak ale zůstává spojitý. Intenzita pole  $E_n$  se skokově mění. Přebytkové náboje se přitom rozdělí na obě okrajové plochy, musí totiž vždy platit  $E = 0$ ,  $\varphi = \text{konst.}$  Vlastní intenzita pole nabité elektrody je s použitím rovnice [49]

$$E_{n2} = E_{n1} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0} \quad [59]$$



Obr.23 – Vlastní pole tenké elektrody

(A.C)

## 8 Kapacita

V praxi se vyskytují nejrůznější uspořádání elektrod. Tyto se navzájem ovlivňují, ovlivňují se potenciály polí těchto elektrod (vodičů tvořících proudovodné dráhy) a náboje na elektrodách.

Mějme vodivé těleso podle obr.24. libovolného tvaru s nábojem  $Q$ . Buzený potenciál splňuje podmínky:

- a) vně vodiče Laplaceovu rovnici [42]
- b) je-li  $K = 0$ , pak podle [44]  $\varphi \rightarrow 0$  pro  $r$  jdoucí k nekonečnu
- c) na povrchu vodiče je  $\varphi = \text{konst} = \varphi_0$
- d) pro celý povrch je

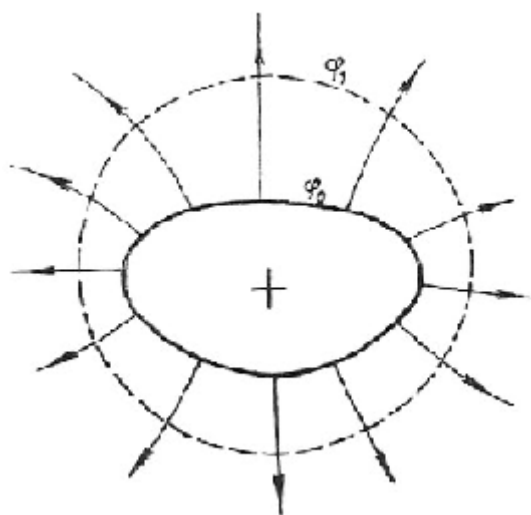
$$\chi = \oint_S \text{grad} \varphi \cdot dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad [60]$$

Změní – li se náboj  $b$ krát, dojde, podle principu superpozice, ke změně potenciálu  $b$ krát.

Poměr  $\frac{Q}{\varphi} = \frac{bQ}{b\varphi} = \text{konst}$  je stejný pro všechny body pole a závisí jen na tvaru vodiče. Pro body na povrchu vodiče je  $\varphi = \varphi_0$  a poměr

$$C = \frac{Q}{\varphi_0} \quad [61]$$

Ize nazvat absolutní kapacitou vodiče. Pro její zjištění je třeba vyšetřit potenciál  $\varphi$  při daném náboji  $Q$  nebo naopak. Znamená to, řešit Laplaceovu rovnici při podmínce  $\varphi = \varphi_0$  pro povrch vodiče.



Obr.24 – K definici absolutní kapacity

(A,C)

Situace, jak je zobrazena na obr.21 znamená, že náboj druhé polarity  $-Q$  je v nekonečnu. Je tedy ryze teoretická. Je však možné na kteroukoliv ekvipotenciální hladinu umístit vodivou elektrodu, aniž by se změnil tvar pole. Při uvažování, že se vodivá elektroda nachází na hladině  $\varphi_1$  a že má náboj  $-Q$ , tedy náboj stejné velikosti ale opačné polarity, je možné po aplikaci Gaussovy věty zjistit, že pole v prostoru vně elektrody  $\varphi_1$  je nulové. Podmínky a), c), d) platí pro oba vodiče. Podmínka b) se změnila takto:

c) na povrchu druhého vodiče je  $\varphi = \text{konst.} = \varphi_0$ .

Kapacita takové soustavy dvou vodičů je definována jako

$$C = \frac{Q}{\varphi_0 - \varphi_1} = \frac{Q}{U} \quad [62]$$

a je tedy proti absolutní kapacitě tolikrát větší, kolikrát je menší  $U$  proti  $\varphi_0$ . Její hodnota nyní závisí jen na volbě K, protože v [53] je rozdíl potenciálů.

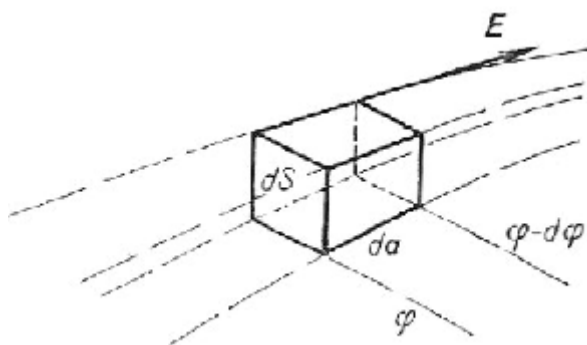
Kapacitu je možné vyjádřit také pomocí toku  $\chi$  jako

$$C = \varepsilon_0 \frac{\chi}{U} \quad [63]$$

Jednotkou kapacity je farad ( $F = \text{As/m}$ ). Definice kapacity podle [54] platí i pro jiné tvary elektrod a také pro tvary neuzavřené obr.22.

Definici [53], nebo [54] lze použít kromě uvažování celého pole i na jeho dílčí části. Například podle obr.22 lze uvažovat kapacitu pole vyznačenou písmenem A. Taková dílčí kapacita je vždy menší než celková, protože příslušné části nábojů na obou elektrodách jsou menší, ale napětí  $U$  je stejné. Také je možné definovat kapacitu mezi kterýmikoliv dvěma plochami, jež budou obsazeny elektrodami.

Je možné definovat podle obr.23 kapacitu objemového prvku pole, kde  $dS$  je část ekvipotenciální plochy a  $da$  část linie  $E$ .



obr.25 – Objemový prvek v silové trubici

(A,C)

Podle [53] je kapacita prvku

$$dC = \frac{dQ}{dU} = \frac{\sigma dS}{Eda} = \varepsilon_0 \frac{dS}{da} \quad [64]$$

protože  $E = E_n = \sigma/\varepsilon_0$ . Takové prvky jemožné stavět paralelně vedle sebe a tvořit tenké vrstvy. V tomto případě se sčítají náboje  $dQ = \sigma dS$ , tedy i dílčí kapacity. Celková kapacita je součtem všech paralelně „spojených“ kapacit. Kondenzátory mají obvykle tenké dielektrikum mezi dvěma elektrodami. Jejich vzdálenost  $a$  je mála oproti rozměrům plochy  $S$ , takže pole lze považovat za přibližně homogenní a okrajové deformace zanetbat. Pak platí pro jakýkoliv tvar elektrod ve vakuu, nebo vzduchu

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{a} \quad [65]$$

Jsou li spojeny prvky seriově, je  $dQ$  pro všechny prvky stejné a pro výslednou kapacitu platí

$$\frac{1}{dC} = \frac{1}{dQ} \int_0^U dU = \frac{U}{dQ} \quad [66]$$

Sčítají se zde převrácené hodnoty kapacit.

Kapacita je významná při vyšetřování prostorově rozložených polí, rázových jevů apod. K jejímu stanovení je nutné, vyšetřit průběh pole mezi jednotlivými elektrodami nebo jejich příslušnými částmi. Velikost capacity v daném prostředí závisí jen na geometrickém uspořádání elektrod (vodičů) a na jejich tvaru a rozměrech.

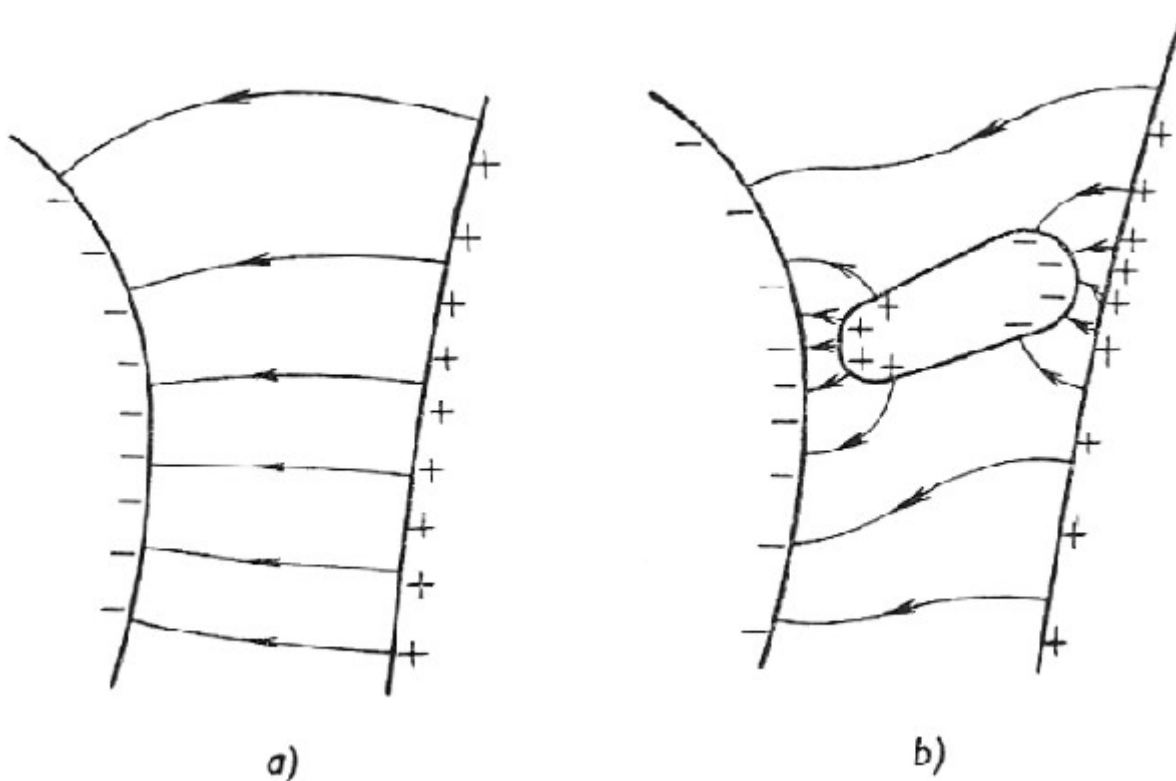
(A,C)

## 8.1 Kapacita většího počtu elektrod

Pro případ rozvaděče a vyšetřování průběhu pole v okolí přípojníc je vhodné uvažovat větší počet elektrod než dvě, které ovlivňují průběh pole a tedy i kapacitu, neboť jednou přípojnicí rozumíme tři fázové vodiče a tedy tři elektrody o určitém tvaru a uspořádané s určitou geometrií. Všechny uvažované elektrody jsou vodivé a nesou určitou část náboje. Platí skutečnost, že mezi náboji a potenciály je lineární závislost a toto platí v soustavě o libovolném počtu vodivých těles.

Uvažujme obecně  $n$  elektrod. Po nabití první z nich potenciál na  $k$  tém vodiči  $\varphi_k$  je úměrný náboji  $Q_1$ . Například

$$\varphi_k = \alpha_{k1} Q_1$$



Obr.24 – vliv třetího tělesa na kapacitu

Obdobný vliv na potenciál  $\varphi_k$  mají náboje všech ostatních vodičů, takže podle principu superpozice je

$$\varphi_k = \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq k)}}^n \alpha_{ki} Q_i \quad [67]$$

značí-li  $Q_i$  náboj  $i$ tého vodiče.

(A,C)

Tuto soustavu lineárních rovnic lze řešit podle nábojů  $Q_i$ , výsledkem pak bude

$$Q_k = \sum_{i=1}^n \beta_{ki} \varphi_i \quad [68]$$

neboli

$$Q_2 = \beta_{21}\varphi_1 + \beta_{22}\varphi_2 + \beta_{23}\varphi_3 + \dots \quad [69]$$

V rovnici [59] jsou absolutní potenciály, jejichž velikost závisí na volbě nulové hladiny  $K$ . Účelnější je zavedení potenciálních rozdílů, tedy napětí. Protože tato napětí jsou opět v lineárním vztahu s potenciály, bude mít výsledek lineární formu.

$$Q_k = \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq k)}}^n C_{ki} U_{ki} + C_{kk} \varphi_k \quad [70]$$

Je nyní nutné převést rovnici [59] na tvar [61]. Protože platí  $U_{ki} = \varphi_k - \varphi_i$ , je třeba odečíst od [59] součet součinů  $\beta_{ki}\varphi_k$ , pro získání rozdílů  $\varphi_k - \varphi_i$ . Přitom však člen  $\beta_{kk}\varphi_k$  z rovnice [59] vyjmemme pro získání tvaru [61].

Upravená rovnice [59] bude vypadat

$$Q_k = \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq k)}}^n \beta_{ki} \varphi_i + \beta_{kk} \varphi_k + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq k)}}^n \beta_{ki} \varphi_k - \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq k)}}^n \beta_{ki} \varphi_k \quad [71]$$

porovnáním s [61] dostáváme

$$C_{ki} = -\beta_{ki} \quad [72]$$

Druhý a třetí člen dávají dohromady zbytek [61], tj.

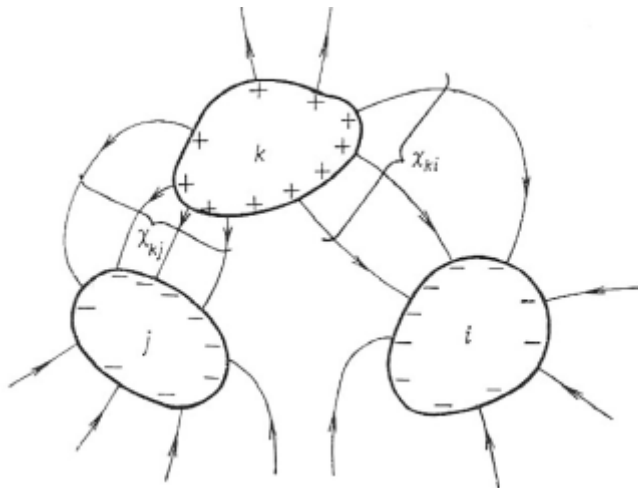
$$\sum_i \beta_{ki} \varphi_k = C_{kk} \varphi_k \quad \text{z čehož plyne}$$

$$C_{kk} = \sum_{i=1}^n \beta_{ki} \quad [73]$$

(A,C)

$C_{ki}$  je součinitel vzájemné kapacity,  $C_{kk}$  součinitel vlastní kapacity. Kdyby byl zvolen  $\varphi_k = 0$ , poslední člen v [61] by odpadl. Zpravidla se volí potenciál země nulový. V takovém případě značí  $C_{kk}\varphi_k$  tu část náboje, jež budí silový tok, spojující těleso  $k$  se zemí.

Obecně pak  $C_{ki}U_{ki}$  značí tu část náboje, ze které vycházejí linie  $\mathbf{E}$  k tělesu  $i$ , jak je vyznačeno na obr. 25.



Obr. 25 – dílčí toky vektroou pole  $\mathbf{E}$  mezi elektrodami

Podle Gaussovy věty je pak

$$\chi_{ki} = \frac{Q_{ki}}{\varepsilon_0} = \frac{C_{ki}U_{ki}}{\varepsilon_0} \quad [74]$$

z čehož plyne

$$C_{ki} = C_{ik} \quad [75]$$

neboť  $U_{ki} = -U_{ik}$ . Vzájemné kapacity jsou mezi dvěma elektrodami v obou směrech stejné. Všechny předcházející vztahy obsahují  $\varepsilon_0$  a uvažují umístění vodičů ve vakuu nebo ve vzduchu. Prostředí mezi vodičou jsou však různá a toto respektuje materialová konstanta  $\varepsilon$ .

(A,C)

## 9 Vyšetřování průběhů elektrostatických polí

V této kapitole bude uveden přehled metod používaných pro vyšetřování průběhů polí a způsob použití daných metod. Uváděné metody jsou použitelné, kromě polí elektrostatických, také pro pole magnetostatická a v některých případech i pro pole nestacionární. Řešení polí obvykle spočívá ve stanovení průběhu potenciálu  $\varphi$ , pomocí Laplaceovy nebo Poissonovy rovnice, nebo ve výpočtu vektoru intenzity pole  $\mathbf{E}$ . Z těchto způsobů řešení polí vzešly moderní numerické metody, jichž využívají softwary umožňující simulaci a modelování polí. Pomocí numerických metod bude také řešeno elektrické pole v dané sekci rozvaděče.

### Přímé použití Gaussovy věty:

Je aplikovatelné například v případech, kdy již ze symetrie nabitých elektrod lze poznat, jaký geometrický tvar má pole a kdy na ekvipotenciálách je velikost intenzity pole  $E$  konstantní. Jedná se o případy:

- a) pole soustředných kulových elektrod - na každé ekvipotenciální kouli je  $E = \text{konst.}$
- b) pole soustředných válcových elektrod – na každé ekvipotenciální válcové ploše je  $E = \text{konst.}$
- c) pole rovnoběžných rovinných elektrod – je ekvivalentní s případem a) nebo b) pro  $r \rightarrow \infty$ , pole  $\mathbf{E}$  je homogenní. Takovému poli se přibližuje i pole mezi konečnými rovnoběžnými rovinami v dostatečné vzdálenosti od okrajů.

Velikost intenzity pole v těchto případech lze získat zvolením ekvipotenciální plochy velikosti  $S$  a pole  $E$  k ní kolmé se vypočte ze vztahu

$$ES = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad [76]$$

Kde  $Q$  je náboj vymezený na elektrodě týmž svazkem linií  $E$ , které vymezují plochu  $S$ .

### Řešení superpozicí:

Je – li známo rozložení nábojů, můžeme vyšetřit intenzitu pole  $E$  jako funkci souřadnic integrací elementárních příspěvků jednotlivých nábojů  $\rho dV$  a  $\sigma dS$ . Aby integrace byla proveditelná, volí se souřadná soustava odpovídající symetrii zdrojů. Jednotlivé složky intenzity pole  $\mathbf{E}$  se počítají odděleně. Využívá se možnosti sečíst příspěvky dvou symetrických prvků, jejichž výslednice má jedinou složku. Z principu superpozice lze odvodit princip vzájemnosti [67], umožňující převést danou úlohu na jinou, jednodušší, platící u vodivých těles, jejichž povrch je ekvipotenciální plochou. Lze dokázat, že náboj  $Q$  umístěný na prvním vodiči, vybudí stejný potenciál na druhém vodiči, stejně jako vybudí druhý náboj stejný potenciál v místě prvního.

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i Q_i = \sum_{i=1}^n \varphi_i' Q_i \quad [77]$$

(A,C)



### Obecné řešení Poissonovy a Laplaceovy rovnice:

V předchozích kapitolách byla odvozena Poissonova rovnice [41] pro potenciál  $\varphi$ , mající na pravé straně budící veličinu  $\rho$ . Ještě předtím byla uvedena rovnice [37] pro potenciál jako funkci  $\rho$ . Obě rovnice byly odvozeny z Coulombova zákona. Výraz [37] respektuje jen náboje obsažené v objemu  $V$  a neuvažuje vliv nábojů umístěných mimo tento objem. Je – li uvnitř objemu  $V$  všude  $\rho = 0$ , nelze podle rovnice [37] pole buzené vnějšími náboji počítat. V takovém případě platí uvnitř  $V$  rovnice Laplaceova, jejíž řešení vychází z podmínek platných na obalové ploše  $S$  objemu  $V$ . Je tedy nutné určit podmínky pro plochu  $S$  vyjadřující vliv vnějších nábojů.

Matematickým rozbořem lze dojít k následujícím poznatkům:

- a) Vliv vnějších nábojů lze vyjádřit ve tvaru plošného integrálu obsahujícího potenciál  $\varphi$  a normálovou složku gradientu  $\partial\varphi/\partial n$ , obě buzené vnějšími náboji. Je – li objem  $V$  bez nábojů, je plošný integrál řešením Laplaceovy rovnice pro objem  $V$ .
- b) Pro jednoznačné určení intenzity pole  $\mathbf{E}$  v bodech objemu  $V$  stačí buď znalost hodnot potenciálu  $\varphi$  an ploše  $S$ , nebo znalost hodnot  $\partial\varphi/\partial n$  na téže ploše. Pokud je známo pro určitou statickou soustavu nábojů řešení pole v nějakém objemu, neexistuje žádné jiné řešení.

Další metody vyšetřování průběhu elektrických polí jsou především nástroje pro řešení Poissonovy nebo Laplaceovy rovnice. Vždy je významné určení okrajových podmínek řešení, jež nesmí být v rozporu s fyzikální situací úlohy.

### Řešení Laplaceovy rovnice separací proměnných:

Pokud je řešena Laplaceovy rovnice při daných okrajových podmínkách, je snaha volit souřadnou soustavu tak, aby okrajová plocha odpovídala některé souřadné ploše, tedy aby pro ni jedna ze souřadnic byla konstantní. Cílem je nalézt řešení ve formě součinu tří funkcí, kde každá závisí jen na jedné souřadnici. Tímto se provede separace proměnných a vznikne tzv. Laplaceův součin, který bude mít v kartézských souřadnicích tvar

$$\varphi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad [78]$$

Tento pak lze dosadit do Laplaceovy rovnice.

(A,C)

### Konformní zobrazení:

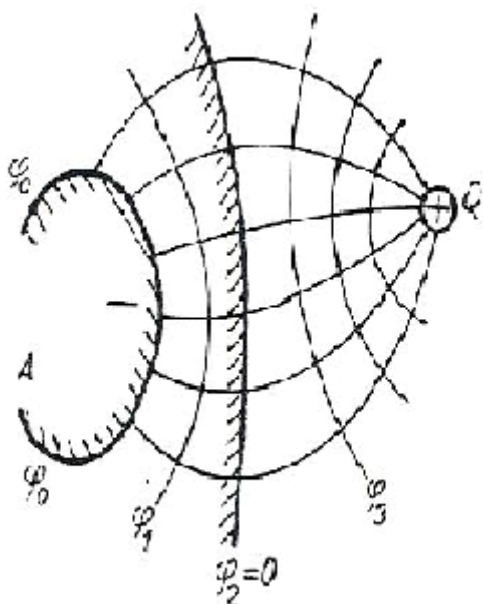
Používá se pro úlohy dvourozměrné, kdy elektrody mají tvar dostatečně dlouhých válců libovolného tvaru, tedy i přímek nebo hranolů rovnoběžných s osou Z. Metoda konformního zobrazení využívá vlastnosti analytické funkce  $f(z)=w$  komplexní proměnné  $z = x + jy$ , kde  $j$  je imaginární jednotka. Uplatňují se zde Cauchy-Riemannovy podmínky

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \quad [79]$$

Důležitou vlastností konformního zobrazení komplexních čísel v Gausových rovinách je, že zachovává úhly. Určitým křivkám, představujícím ekvipotenciální plochy, odpovídají v rovině  $z = x + jy$  křivky v rovině  $w = u + jy$ , podle zvoleného funkčního vztahu. Přitom elementární obrazce v obou rovinách jsou si podobné. Funkce  $f(z)$  tedy zobrazuje křivky z roviny  $z$  do roviny  $f(z) = w$  nebo naopak.

### Metoda zrcadlení:

V poli bez nábojů vyhovující Laplaceově rovnici je možno kteroukoliv ekvipotenciální plochu nahradit povrchem vodivé elektrody, aniž se tvar pole změní. Obr. 67. znázorňuje pole buzené bodovým nábojem a vodivým tělesem A. Volme např.  $\varphi_2 = 0$  a představme si, že pole je buzeno bodovým nábojem a povrchem vodiče totožným s touto hladinou  $\varphi_2 = 0$ . Takové pole v pravo od ní je identické s polem původním. Těleso A můžeme nazvat „zrcadlovým“ obrazem náboje Q, přičemž zrcadlicí plochou je ekvipotenciála  $\varphi_2 = 0$ . Zrcadlový náboj musí být jednoduchý, tedy opět bodový, popř. přímkový a rovněž zrcadlicí plocha  $\varphi = 0$  musí mít jednoduchý tvar – rovina, válec, koule. V praxi mají význam především úlohy, ve kterých jsou zrcadlicí elektrody rovinné.



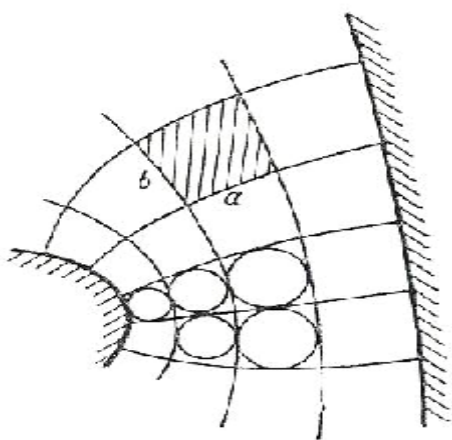
Obr.26 – Princip zrcadlení

(A,C)

### Metody grafické a numerické-čtverečková metoda:

Popis a řešení průběhu potenciálu nebo intenzity pole, je možný, jen pokud je možné analytickými výrazy definovat výchozí podmínky, jako jsou tvar elektrod, rozložení nábojů. Mohou nastat případy, kdy bude tato podmínka splněna, řešení však bude přesto matematicky neproveditelné nebo neúměrně ekonomicky náročné. Jedná – li se o dvourozměrnou úlohu, bez větších požadavků na přesnost, lze pro přiblížení rozložení pole užít metodu grafické relaxace, neboli čtverečkovou metodu.

Obecně pod pojmem relaxace je rozuměn takový přístup, kdy je napřed řešení odhadnuto a pak postupně zpřesňováno po jednotlivých krocích (iterace). Metoda spočívá ve vytvoření mapy dvourozměrného pole ze čtverečků, jež vzniknou vykreslením ekvipotenciálních ploch a siločar daného pole. Musí však platit, že mezi ekvipotenciálami je stejný rozdíl  $\Delta\varphi$ , neboli podle obr.79  $\Delta\varphi = Ea = konst$



Obr.27 – Čtverečková metoda (grafická relaxace)

Dále pak mezi dvěma liniemi  $E$  je na délce  $L$  stálý silový tok  $\Delta\chi = Ebl = konst$

Proto poměr  $a:b$  musí být konstantní. Nejjednodušší je poměr 1, tedy čtverec. Čtverečky uspořádané za sebou, ve směru od jedné elektrody ke druhé tvoří silové trubice s určitou kapacitou. Kapacitu jednoho čtverečku bude

$$C_{elem} = \varepsilon_0 \frac{b}{a} = \varepsilon_0 \quad [80]$$

Kapacita jedné silové trubice obsahující  $m$  čtverečků bude

$$C' = \frac{C_{elem}}{m} = \frac{\varepsilon_0}{m} \quad [81]$$

Kapacitu pole je možné odhadnout z počtu  $n$  silových trubic.

$$C = nC' = \varepsilon_0 \frac{n}{m} \quad [82]$$

Celkový plošný náboj na každé elektrodě je

$$Q = \sum \varepsilon_0 \chi = \varepsilon_0 n E a = \varepsilon_0 \frac{n}{m} U \quad [83]$$

Kreslení mezi zakřivené elektrody obvykle vyžaduje několik korekcí pro správné zachování poměru. Metodu je možno přizpůsobit i pro cylindricky souměrné úlohy a může také sloužit jako východisko pro přesnější metody numerické, jako např. metoda numerické relaxace.

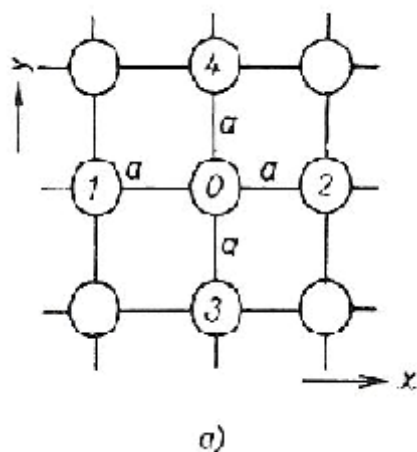
#### Metoda numerické relaxace:

Spočívá v postupné aproximaci a je použitelná jak pro 2D, tak pro 3D úlohy. Protože však postupnou aproximaci lze provádět jen pro konečný počet bodů v prostoru, je nutné napřed diferenciální rovnice pro  $\varphi$  změnit na rovnice diferenční. Celé potenciální pole je pak rozděleno na stejné čtverce, v případě 3D úlohy na stejné krychle, jejichž strany nahrazují diferenciály souřadnic.

Pro 2D úlohu platí

$$\Delta\varphi + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \quad [84]$$

Na obr.28 jsou čtyři čtvercové buňky. Potenciál  $\varphi_0$  středního bodu lze rozvinout v Taylorovu řadu a odvodit přibližné výrazy pro první derivace.



Obr.28 – Čtvercová síť pro numerickou relaxaci

Druhou derivaci dostaneme, dělíme – li rozdíl prvních derivací v sousedních buňkách rozdílem souřadnice. Protože však vycházíme z nepřesných údajů, vyjde obecně jistý nenulový zbytek. Proto opravujeme postupně potenciál  $\varphi_0$  ve všech bodech tak, aby nenulové zbytky zmenšovaly k 0. Nenulové zbytky představují fiktivní hodnotu náboje, která by musela existovat v daném bodě, aby potenciály odhadnuté v jeho okolí byly správné. Relaxačním postupem jsou fiktivní náboje odstraňovány, až klesnou všechny libovolně blízko 0.

Prvním krokem je zakreslení sítě čtverců mezi elektrody s předepsanými potenciály. Čím hustší bude síť, tím pracnější a přesnější výpočet bude. Pokud nebude využit pro výpočet počítač, pak odhahneme velikost  $\varphi$  ve všech bodech sítě a vypočítáme velikost zbytků. Vychází se z bodu, kde je hodnota zbytku největší a opravíme jeho potenciál. Tímto je odstraněn zbytek v daném bodě a mění se hodnoty zbytků v ostatních bodech. Vybere se opět největší zbytek a krok se opět opakuje. V určité etapě již není další zpřesnění možné, lze proto přejít na hustší síť s využitím prvních odhadů pro další postup.

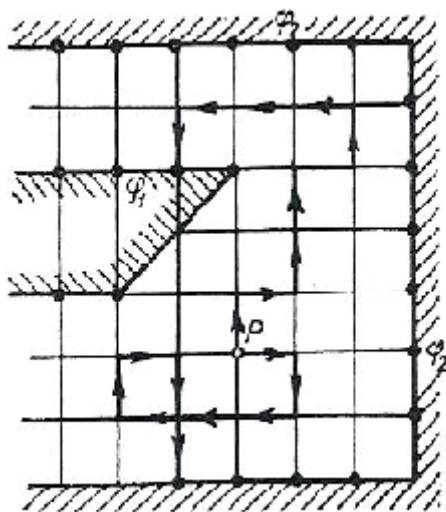
Numerickou relaxační metodu je možné urychlit podle Liebmannova tzv. superrelaxací. Spočívá v tom, že každá oprava potenciálu bude přiměřeně předimenzována, pro rychlejší přiblížení se správným hodnotám.

#### Metody náhodných procesů - metoda Monte Carlo:

Tyto metody spočívají v postupování náhodně zvolenou cestou po čtvercové mříži z referenčního bodu. Cílem je dostat se některé známé hodnotě  $\varphi$ . Při dostatečném počtu takových cest lze z hodnot cílových potenciálů vypočítat hledaný potenciál bodu P, a to s libovolnou přesností protože platí

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sum_k \varphi_k}{n} \right) = \varphi_P \quad [85]$$

kde  $\varphi_k$  je potenciál na okraji při  $k$  té cestě a  $n$  celkový počet cest. Metoda je výhodná tím, že lze počítat  $\varphi$  jen pro omezený počet bodů a není třeba řešit celé pole.



Obr.29 - Náhodné cesty při metodě Monte-Carlo

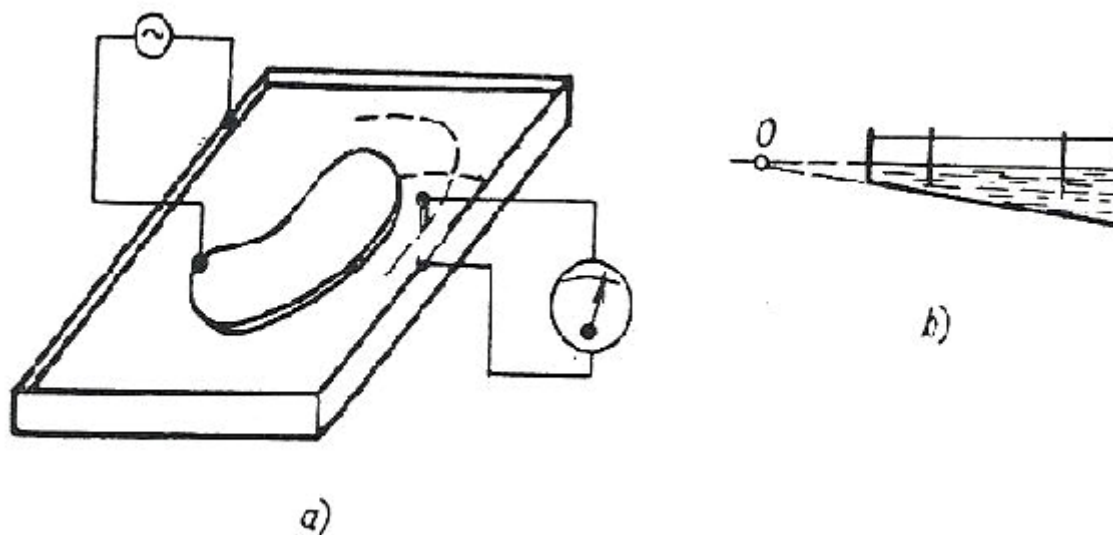
(A,C)

### Modelování statických polí:

Pro princip modelování je významná skutečnost, že různé fyzikální procesy se popisují stejnými rovnicemi. Potenciál, jehož gradient má divergenci jako v elektrostatice, se vyskytuje např. u vedení tepla, při deformaci pružných membrán, při neturbulentním proudění tekutin a také při proudění volných nábojů v nevírovém poli. Těmto oblastem je společné to, že subtilní, mikroskopické jevy nahrazujeme středními veličinami v prostoru a čase. Hledáme tedy řešení pole tím, že realizujeme jiný fyzikální jev, který se řídí stejnými matematickými rovnicemi, avšak jehož lokální veličiny jsou snadno měřitelné.

Pro modelování se užívalo například elektrolytické vany a vodivých papírů ponořených do elektrolytu. Napájení bylo střídavé. Potenciál na jednotlivých místech měřil sondami, které nesmí deformovat pole. Vanou lze modelovat jak pole rovinné, tak i rotační.

Užívalo se také odporové sítě na místo elektrolytické vany, neboť proud prochází jednotlivými dílčími odpory zužebního prostředí. Odporová síť musí být dostatečně hustá, libovolného tvaru. V oblasti bez zdrojů platí pro potenciály jednotlivých uzlů Laplaceova rovnice. Použije – li se různě odstupňovaných odporů, umožní se tak modelování různých permitiv v jednotlivých částech pole. Přivádíme-li do uzlu proud přidavným vodičem, modelujeme tak prostorový náboj v tom místě.



Obr.30 – a) elektrolytická vana pro pole rovinné, b) pro pole rotační

Moderní způsoby modelování polí využívají plně počítačové techniky a vhodného softwaru. Softwaru, jež počítače užívají vycházejí z výše uvedených metod řešení polí. Například při numerickém řešení polí časově proměnných, je změna pole v čase vnímána jako součet co největšího počtu co nejmenších změn. Výhodou numerického řešení při použití počítačů je rovněž rychlost výpočtu složitých úloh. Vždy je však důležité umět definovat okrajové podmínky, bez kterých řešení není možné provést. Použití počítačů umožňuje také přehledné grafické zobrazení rozložení polí.

(A,C)

## 10 Metoda konečných prvků – software Maxwell 16.0

Pro řešení intenzit elektrického pole v rozvaděči, v okolí přípojníc a odpojovače, byl použit software Maxwell 16.0 využívající metody konečných prvků. Tento software je zaměřen na řešení elektromagnetických polí statických i časově proměnných a vířivých proudů. Umožňuje řešení 2D i 3D úloh. Z hlediska elektrického pole software umožňuje řešení elektrostatického pole v dielektriku, elektrického pole ve vodičích a kombinaci těchto dvou úloh s užitím řešení vodivosti jako okrajové podmínky pro danou úlohu. Řešení úloh probíhá na základě řešení Maxwellových rovnic v daném konečném omezeném prostoru a s aplikací příslušných počátečních a okrajových podmínek. Výhodou tohoto software je převeditelnost souborů z CAD softwarů jako je software Solidworks. Vytváření součástí, soustav a modelů bývá obvykle jednodušší v CAD softwarech, protože Maxwell a jemu podobné softwary jsou primárně určeny k řešení fyzikálních polí, ikdyž obsahují určitou geometrii umožňující tvorbu a úpravu modelů.

Metoda konečných prvků zaznamenala široké využití až s nástupem moderních výpočetních technologií a výkonných počítačů. Je široce užívána pro řešení úloh z různých oborů techniky, jako jsou například mechanika a mechanické namáhání, elektrotechnika a magnetismus, řešení tepelných úloh a proudění kapalných a plyných médií. Obvykle bývá užívána pro kontrolu již existujících zařízení, nebo pro ověření funkčnosti nového modelu před výrobou. Princip metody konečných prvků spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do určitého konečného počtu prvků, přičemž zjišťované hodnoty jsou určovány v konkrétních uzlových bodech. Průběh řešení úlohy softwarem Maxwell tedy sestává z vytvoření sítě uzlových bodů, čímž dojde k rozčlenění úlohy na jednotlivé prvky a diskretizaci, a z vypočtení hodnot v uzlových bodech. Konkrétnější postup by vypadal takto:

1. CAD model
2. Diskretizace modelu (nahrazení nekonečného objemu modelu konečným počtem prvků, resp. uzlových bodů)
3. Pro každý diskretní bod získáme 3 rovnice - pole posuvů do všech směrů ( $x, y, z$ ) a snažíme se spočítat pole deformací (6 rovnic) a pole napětí (6 rovnic)
4. Nahrazení funkce posuvů polynomem a vyjádření funkce posuvů
5. Zavedení okrajových podmínek
6. Výpočet soustavy lineárních algebraických rovnic
7. Výpočet deformací a napětí pro jednotlivé uzlové body
8. Většinou grafické zobrazení na modelu s výpisem důležitých hodnot

Čím hustší bude síť prvků a uzlových bodů, tím přesnější výsledky lze dosáhnout. Kvalita vysítování a objem elementů a tedy i přesnost výsledků je však vždy limitována možnostmi výpočetní techniky, která úlohu zpracovává. Přesná řešení úloh pomocí metody konečných prvků vyžadují velmi výkonnou výpočetní techniku a jsou náročné především z hlediska paměťové kapacity.

(H)

## 11. Rozbor zadání a předpoklady při řešení

### 1) Výpočet dielektrického pole prostoru přípojníc a odpojovače v 2 systémovém rozvaděči 17,5kV.

- cílem je zjištění maximálních intenzit elektrického pole a rizikových míst, které mohou namáhat dielektrický prostor rozvaděče
- maximální intenzity jsou přítomny vždy v amplitudě fázového napětí
- hodnota jmenovitého napětí rozvaděče je 17,5kV, jedná se o hodnotu sdruženého napětí, efektivní hodnota fázového napětí pak bude

$$U_{eff} = \frac{U_s}{\sqrt{3}} = \frac{17,5}{\sqrt{3}} = 10,1kV \quad [86]$$

maximální hodnota fázového napětí je

$$U_{fmax} = U_{eff} \cdot \sqrt{2} = 14,3kV \quad [87]$$

- dielektrickým prostorem se rozumí vzduch, jenž je hlavním izolačním prvkem v rozvaděči
- průchodky lze zjednodušit, ale ne zanetbat
- rizikovými místy se rozumí hrany a hroty na proudovodné dráze a těsná blízkost proudovodné dráhy s nulovým potenciálem
- bude provedena kontrola na počáteční napětí koróny, resp. na intenzitu pole větší, než je pevnost vzduchu – v případě homogenního pole je pevnost vzduchu asi 30kV/cm, v případě nehomogenního pole (hrany, hroty) klesá pevnost až na 5kV/cm
- úloha bude řešená jako elektrostatická – jsou významné maximální hodnoty napětí, ne časový průběh
- bude uvažován atmosferický tlak a teplota nepřeshující dovolené oteplení 40°C
- 3D model bude tvořen jen prostorem přípojníc a odpojovače
- zjednodušené součásti musí mít zachován svůj charakteristický tvar – např. jako náhrada tvarově složitějšího šroubu bude použit válcový čep
- budou zjištěny inzeny také při působení napětí výdržné zkoušky 38kV. Hodnota fázového a maximálního napětí pak podle rovnic [75] a [76] bude  $U_{eff} = 21,9kV$  a  $U_{fmax} = 31kV$
- každá maximální hodnota napětí se vyskytuje jak v záporné, tak kladné části periody AC napětí, použité maximální hodnoty napětí tedy budou 14,3kV, -14,3kV, 31kV a - 31kV



## ***2) Optimalizace konstrukce rozvaděče z hlediska snížení intenzity elektrického pole***

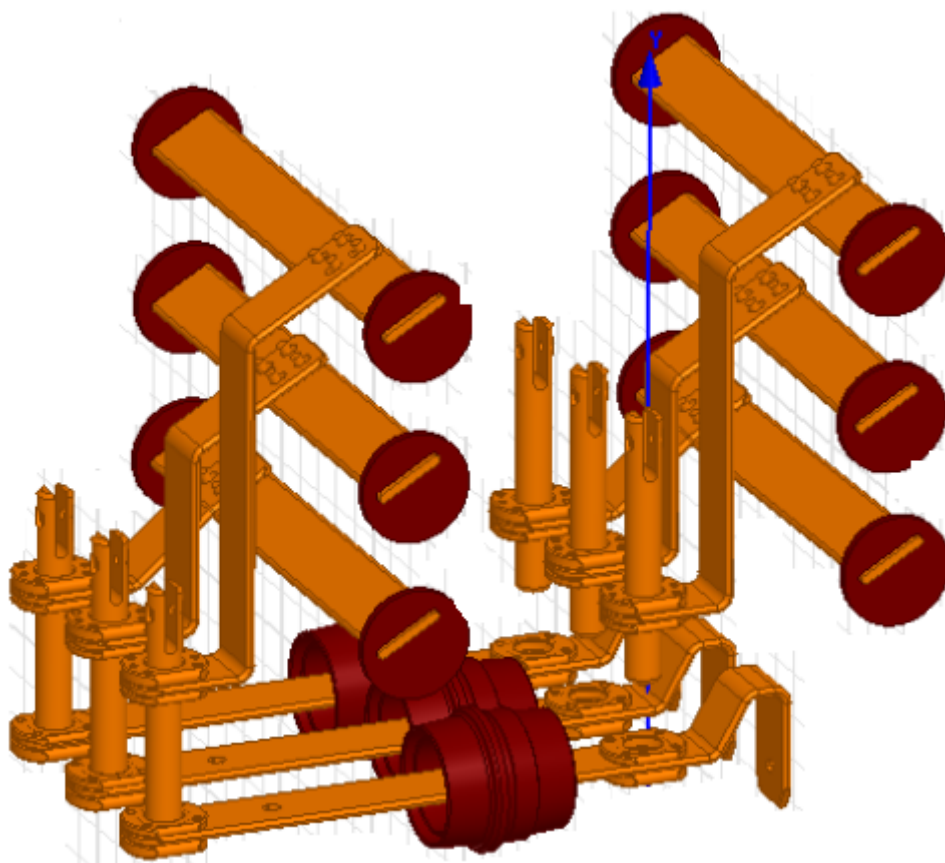
- cílem jsou možnosti jak snížit intenzitu a zlepšit rozložení pole aniž by došlo ke zvýšení výrobních nákladů
- intenzita elektrického pole závisí na hodnotě napětí, vzdálenosti, permitivitě materiálu, homogenitě pole, resp. tvaru elektrod

## 12 Příprava 3D modelu

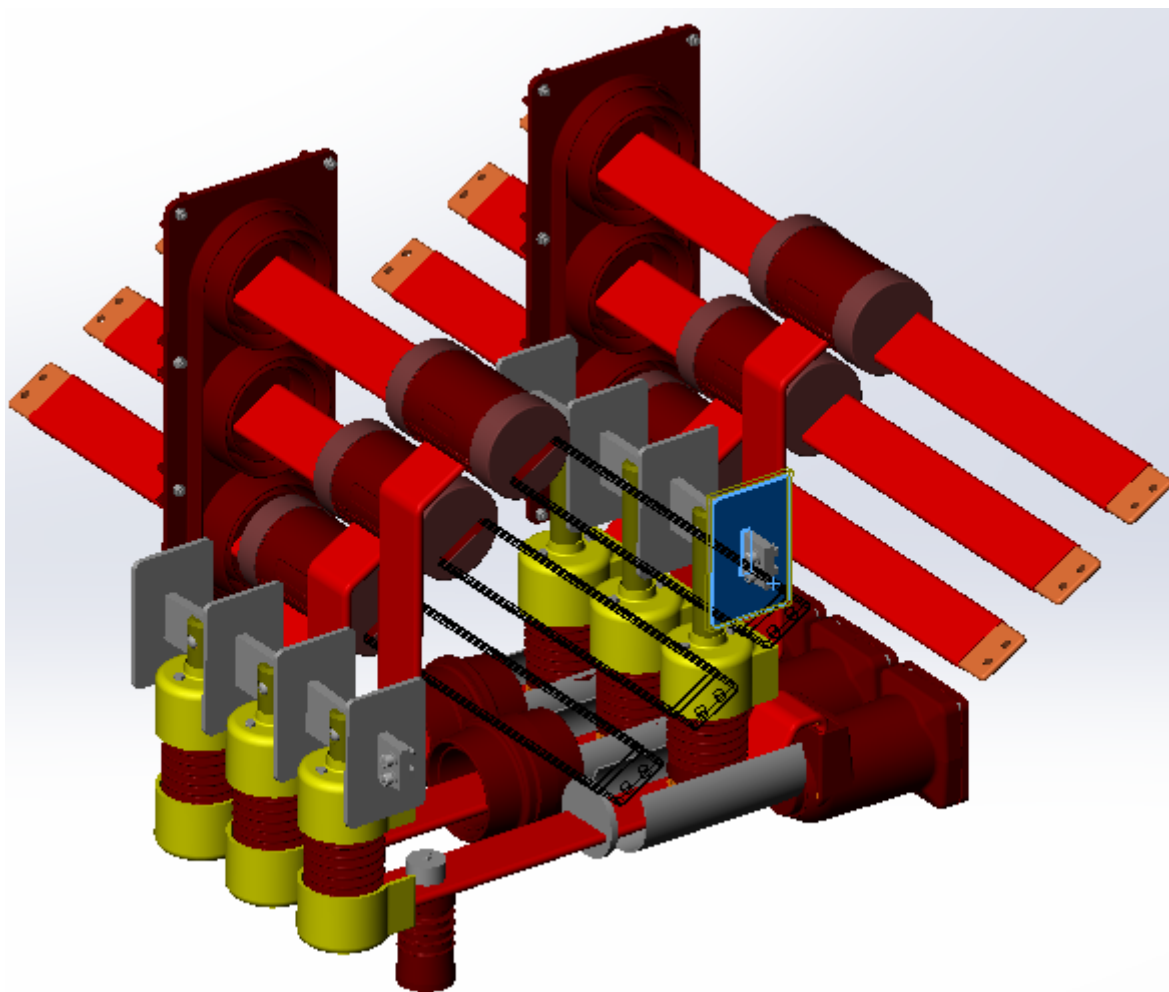
Úkolem je určit rozložení elektrického pole v okolí přípojníc a odpojovače. Aby toto bylo možné provést za pomoci softwaru Maxwell, je nutné nejdřív vytvořit model daného prostoru.

Pro vytvoření a úpravy modelu byl použit software Solidworks a vycházelo se z kompletního CAD modelu rozvaděče. Celá sestava kompletního rozvaděče obsahuje velké množství součástí, významná je však jen sekce přípojníc a odpojovače, vymezená plechovými přepážkami. Konkrétní úpravy v tomto prostoru spočívaly v odstranění všech součástí, jež měly jen mechanickou funkci a ve zjednodušení tvarově náročných dílců. Tyto dílce zde představovaly šrouby spojující přípojnice a průchodky na bočních stranách rozvaděče. Upravený model je tvořen nezměněnou proudovodnou drahou, tvarově náročné šrouby však byly nahrazeny čepy, a původní plechovou přepážkou s průchodkami oddělující první a druhou přípojnicí. Na fázových vodičích přípojníc se nacházejí zjednodušené průchodky. Model neobsahuje plechové stěny, vymezuující hranice daného prostoru, protože pro funkci modelu nejsou podstatné a představovaly by jen nulový potenciál, jenž lze snadno nasimulovat podle příslušných rozměrů v Maxwellu. Model reprezentuje rozvaděč vysloveně jako vzduchem primárně izolovaný, neobsahuje proto doplňující izolační prvky. Při jejich uvážení bude intenzita v okolí přípojníc jen nižší. Důvodem k úpravám tvaru a počtu součástí byla jednak eliminace dílců pro danou úlohu nevýznamných a také přihlídnutí k výkonu výpočetní techniky a náročnosti „vysítování“ modelu.

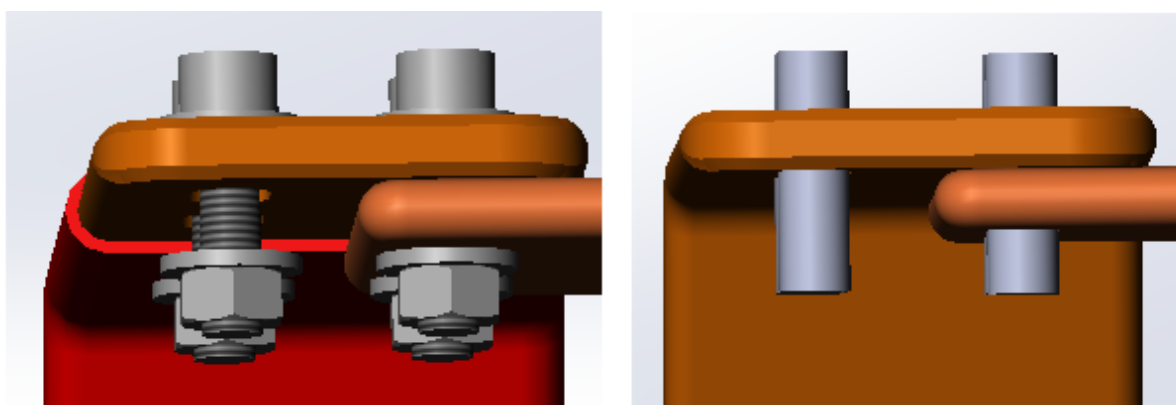
(I)



Obr.31 – Výsledný zjednodušený 3D model prostoru přípojníc a odpojovače



Obr.32 – Původní prostor přípojníc a odpojovačů s izolačními prvky



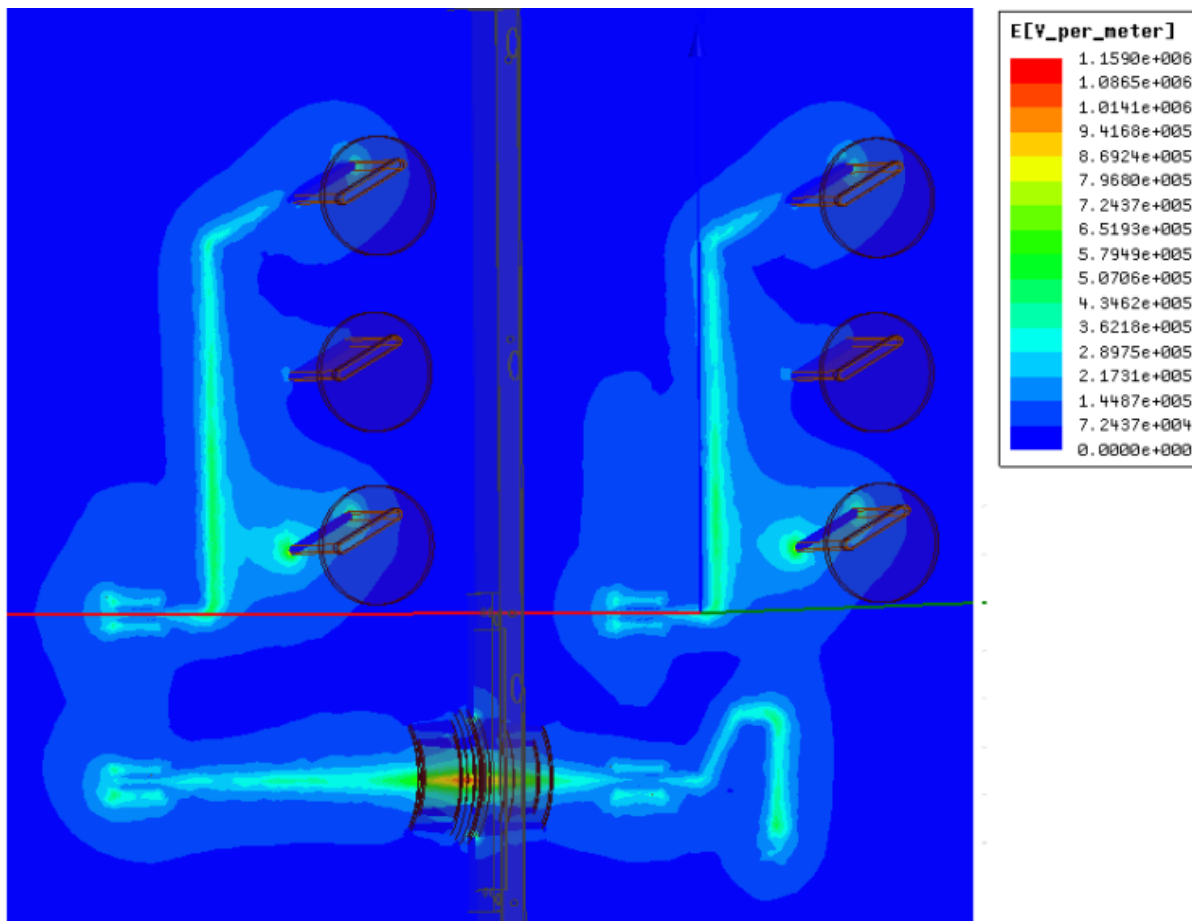
Obr.33 – Původní a zjednodušený šroubový spoj přípojnice

### 13 Výpočet intenzit pole v softwaru Maxwell

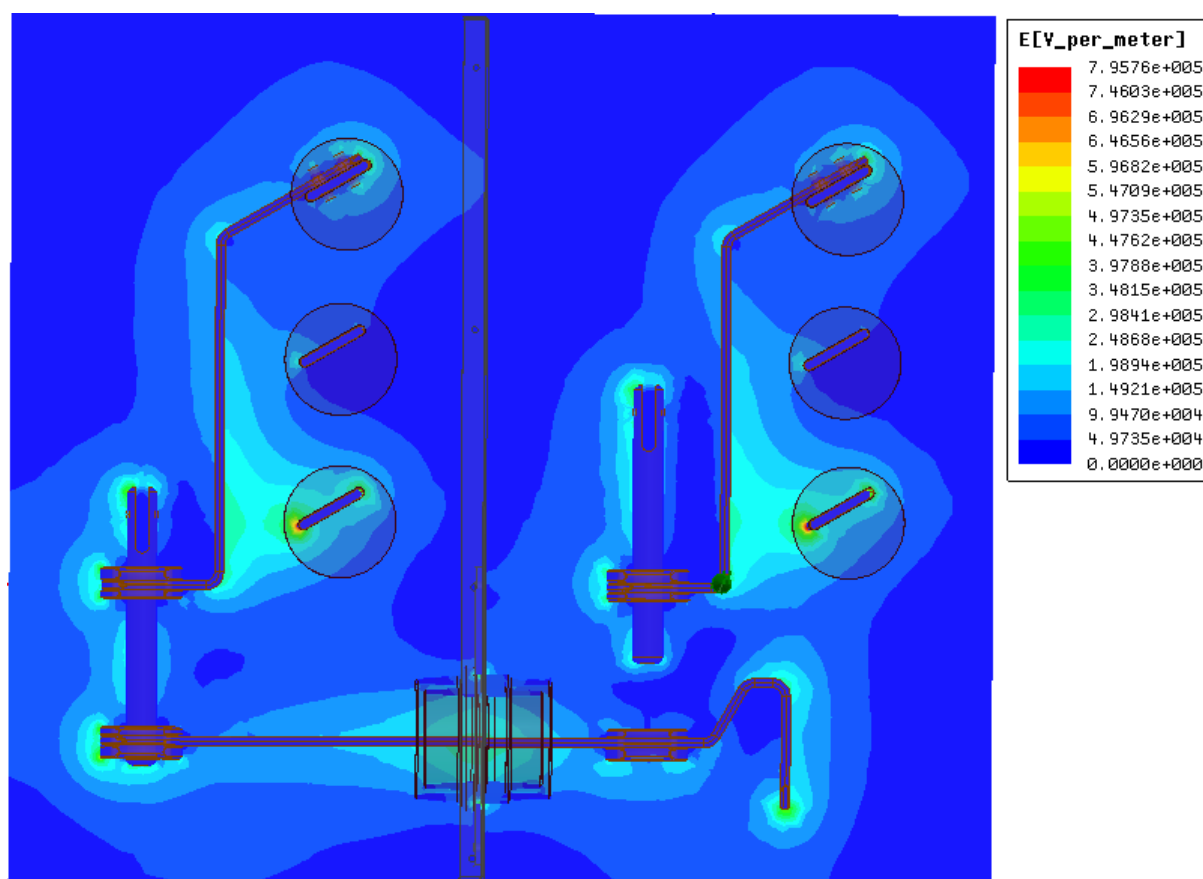
Po provedení všech úprav a sestavení modelu v programu Solidworks bylo možné přikročit k převedení souboru do programu Maxwell v němž byl proveden výpočet. Pro převedení souboru z jednoho softwaru do druhého jej bylo nutné uložit s příponou *.x\_t* a zachovat pojmenování původního CAD souboru v programu Solidworks. Tento program právě umožňuje uložení CAD souboru s potřebnou příponou, aby bylo umožněno otevření v softwarech, jako je Maxwell.

Následovalo sestavení úlohy v program Maxwell, za použití upraveného modelu. Pro úlohu byl vybrán 3D design a řešení elektrostatického pole, následně byl importován soubor s modelem. Po importování modelu byl definován material dílců zjednodušeného modelu, kde celá proudovodná dráha je měděná, průchodky jsou epoxidové a střední plech a čepy jsou ocelové. Celá proudovodná dráha pak byla s pomocí funkce „*region*” ohraničena plochami rozměrově i tvarově stejnými jako kostra a přepážky v rozvaděči z ocelového plechu, ohraničující řešený prostor. Těmto plochám pak byl přiřazen nulový potenciál a vnitřní oblast, vymezená plochami funkce *region* a proudovodnou drahou, byla definována jako vzduch. Pomocí funkce „*excitation*” byla definována hodnota napětí na přípojnících. Dále bylo nutné upravit parametry procesu „*vysílání*” modelu, konkrétně bylo nutné zmenšit velikost vytvářených elementů pro dosažení prezentovatelného zobrazení intenzit pole. Při kontrole úplnosti definování úlohy se vyskytl problém s modelem. Problém byl dán průnikem některých průchodek a přípojníc, kdy materiál průchodky zasahoval, byť i nepatrně, do měděné přípojnice. Průnik byl odstraněn pomocí funkce „*move*” umožňující zadávání polohy vybraných součástí podle os *x,y,z*. Dalším možným řešením bylo použití funkce „*unite*”, jež sjednocuje vybrané dílce do jednoho celku. Byla použita pro sjednocení dílců jednotlivých fází přípojníc, takže nebylo nutné na každém dílci proudovodné dráhy jedné fáze definovat napětí, ale stačilo toto napětí definovat pouze jednou pro danou fázi, neboť funkce *unite* sjednotila všechny dílce, jež byly ze stejného materiálu a působilo na nich stejné napětí, do jednoho celku. Takto se také vyřešil problém s případnými přesahy v rámci jedné fáze. Posledním krokem byl výběr zobrazení rozložení intenzit pole v daném prostoru. Poté byl proveden výpočet a řezy prostorem přípojníc a odpojovačů.

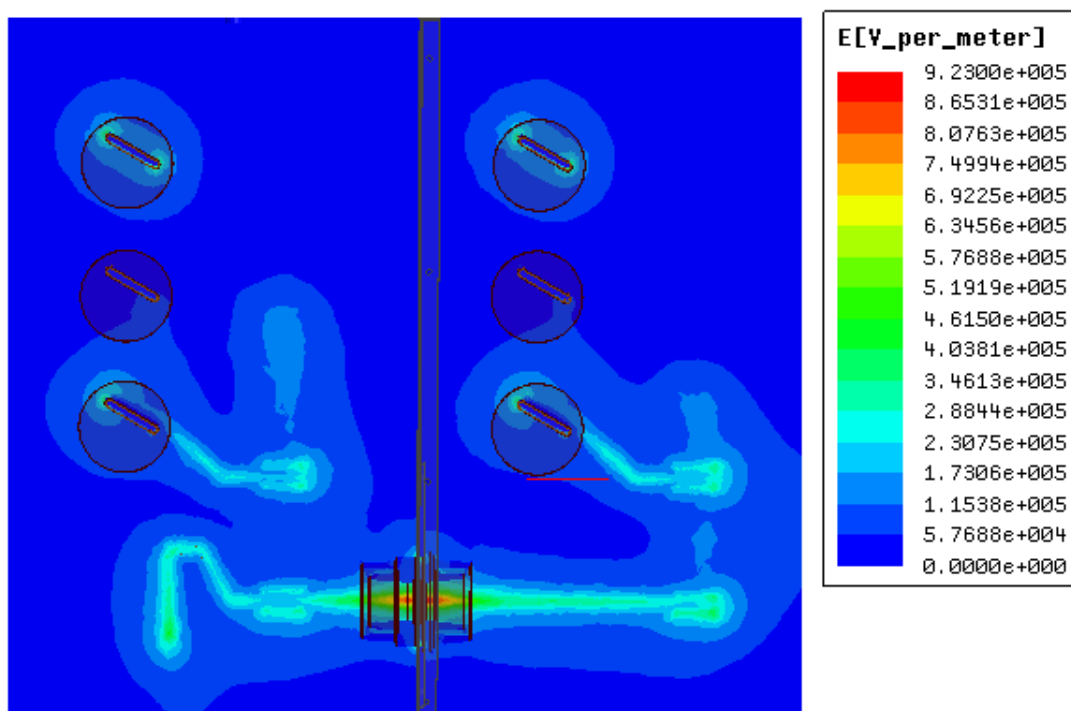
## 14 Rozložení intenzit pole v prostoru přípojníc a odpojovačů při jmenovitém napětí 17,5kV



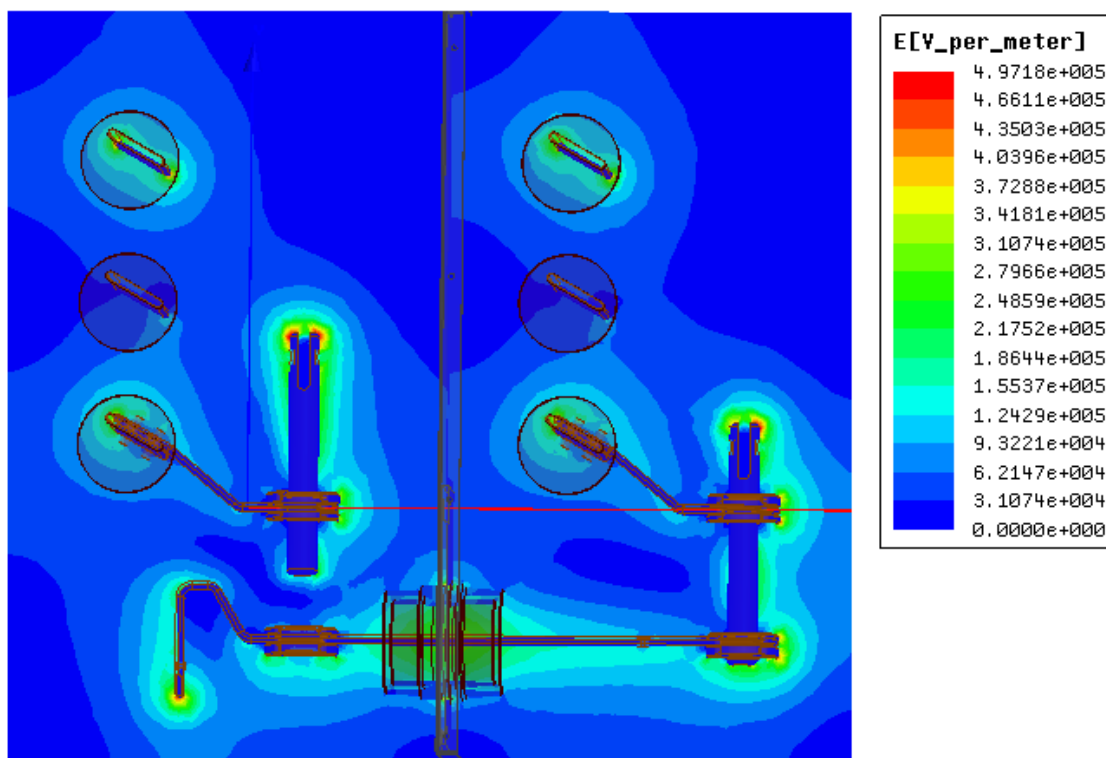
Obr.34 – Intenzita pole v těsném okolí hrany fáze proudovodné dráhy při napětí  $U_{fmax} = 14,3kV$ .



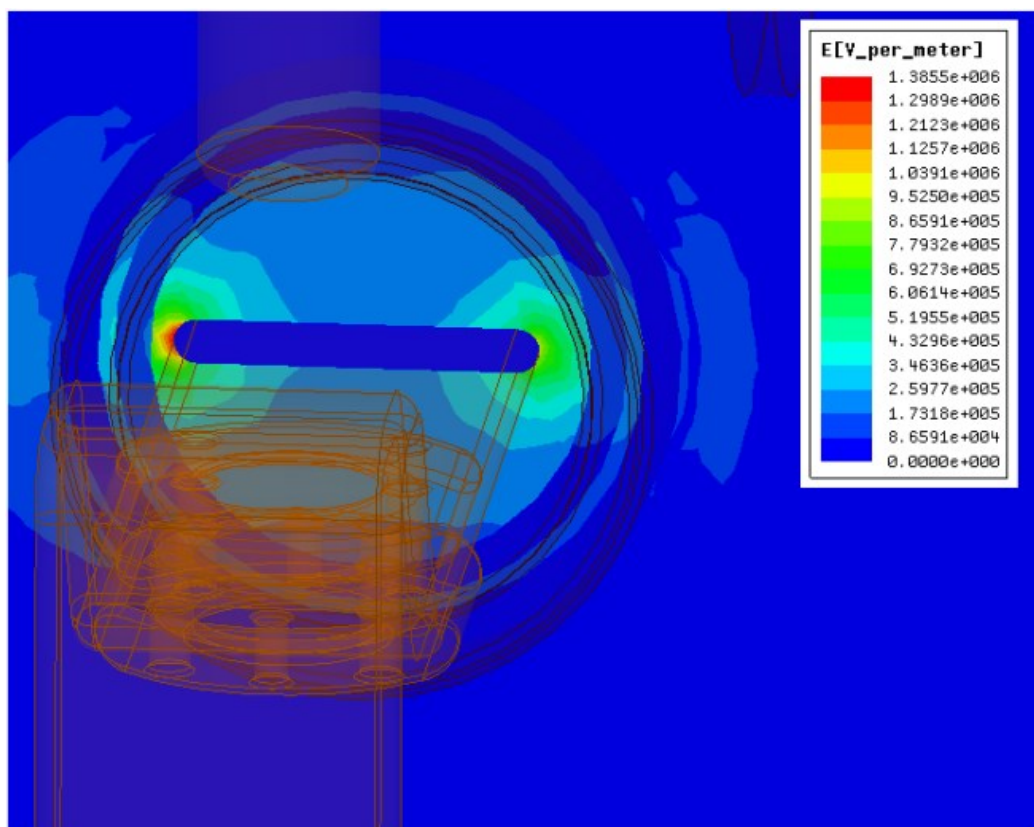
Obr.35 – Intenzita pole po povrchu proudovodné dráhy faze při  $U_{fmax}=14,3kV$ , řez půlí proudovodnou dráhu fáze



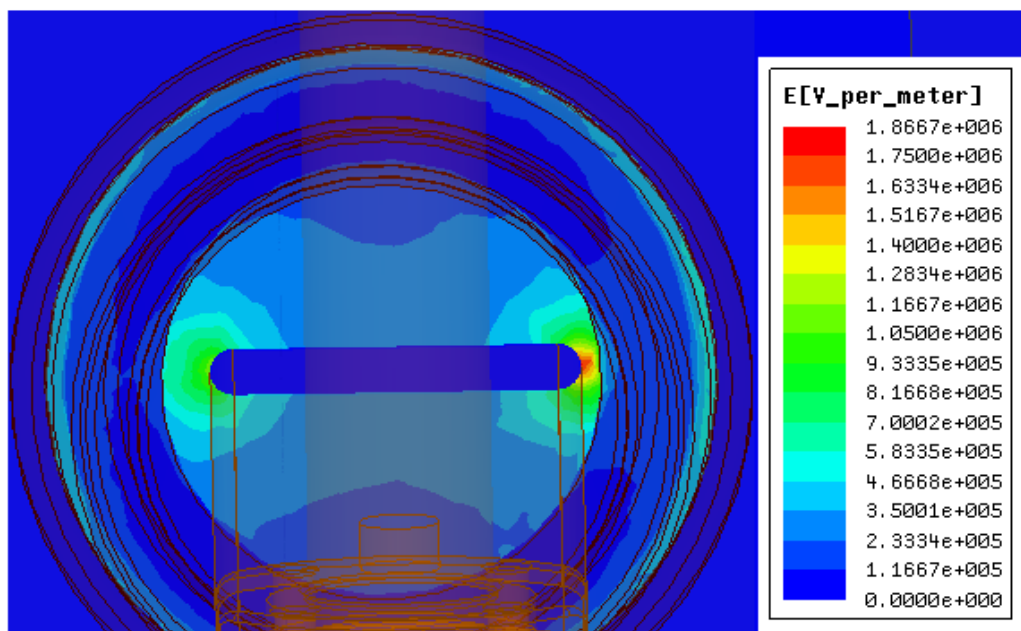
Obr.36 – Intenzita pole v těsném okolí hrany proudovodné dráhy fáze při  $U_{fmax} = -14,3kV$



Obr.37 Intenzita pole po povrchu proudovodné dráhy fáze při  $U_{fmax} = -14,3kV$ , řez půlí proudovodnou dráhu fáze

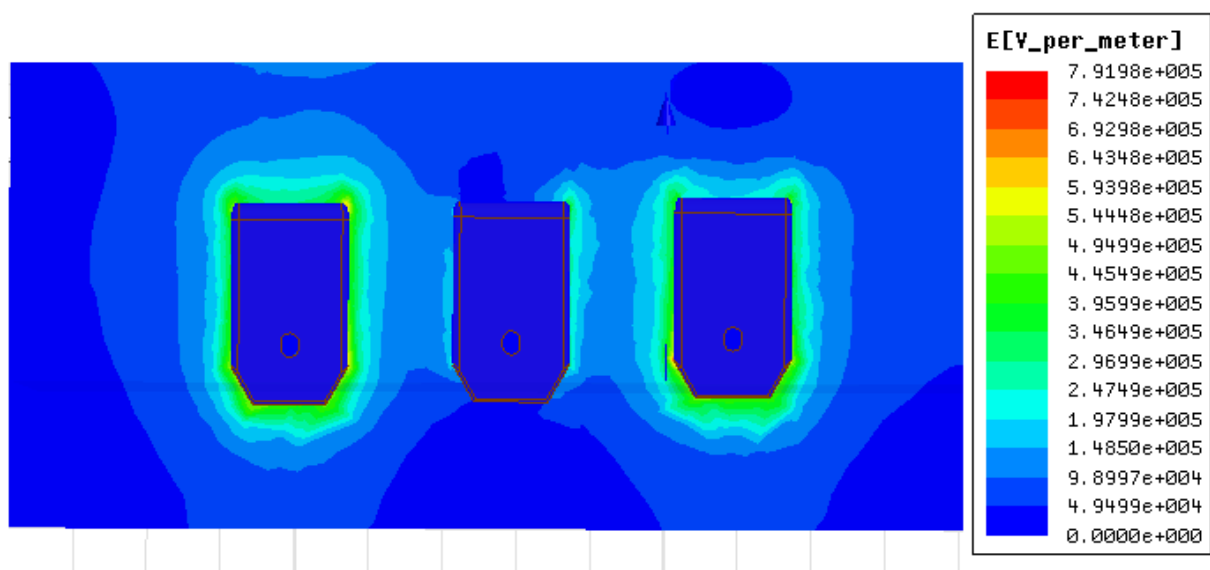


Obr.38 – Rozložení intenzity pole v průřehce procházející přepážkou oddělující 1. a 2. přípojnicí; průřehkou prochází fázový vodič s  $U_{fmax} = 14,3kV$

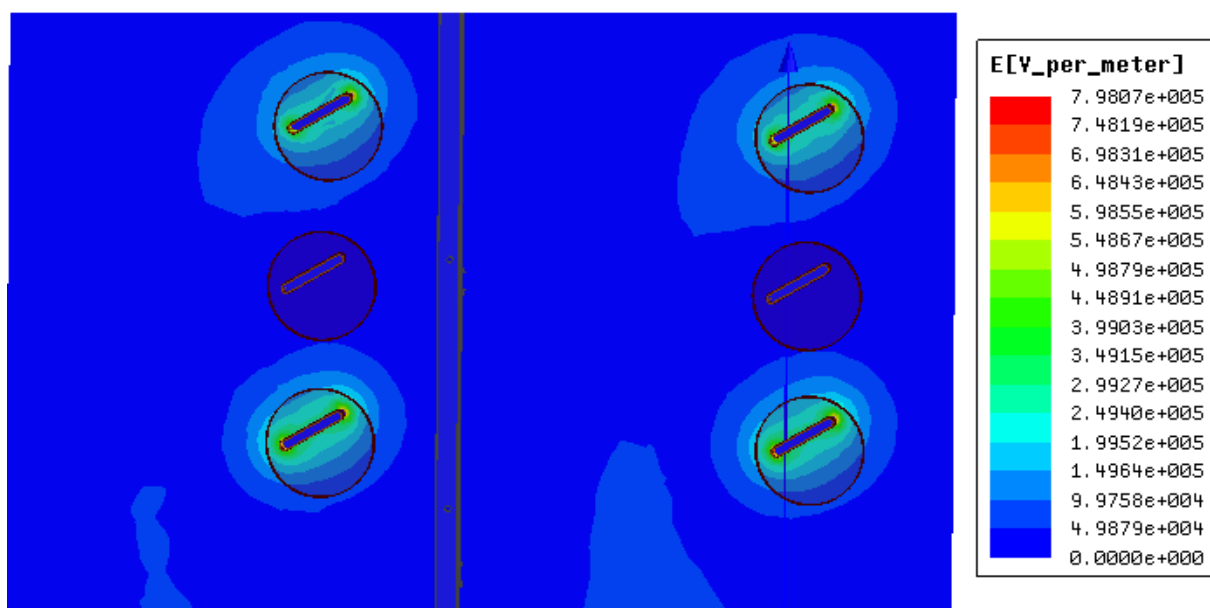


Obr.39 - Rozložení intenzity pole v průřehce procházející přepážkou oddělující 1. a 2. přípojnicí; průřehkou prochází fázový vodič s  $U_{fmax} = -14,3kV$

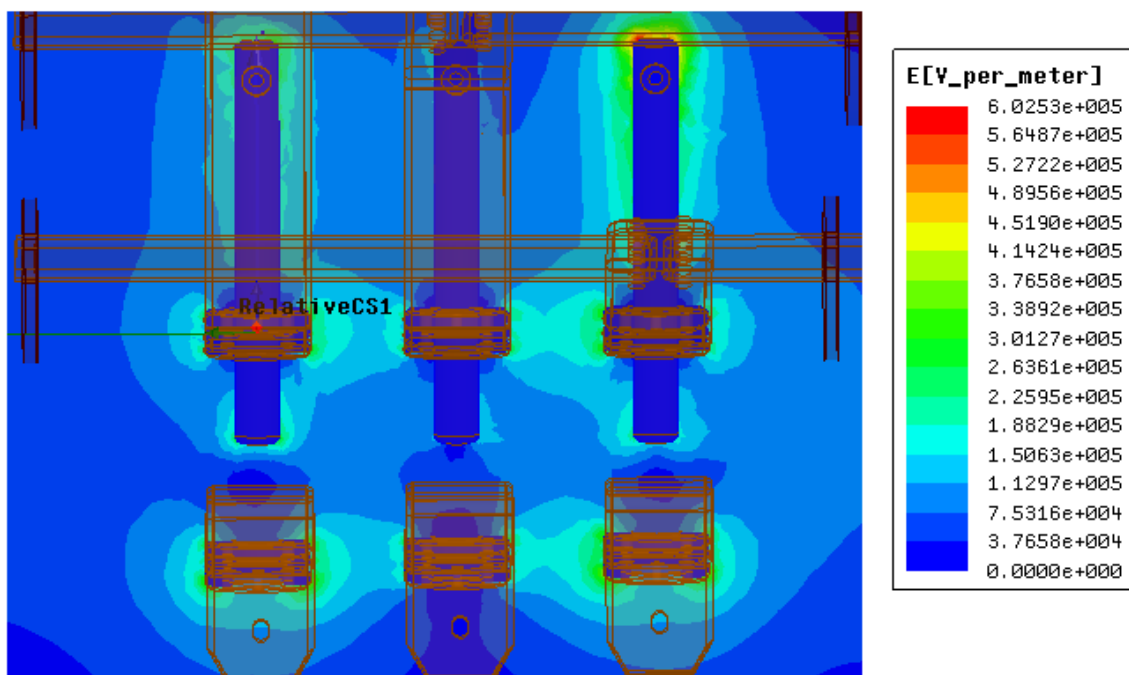




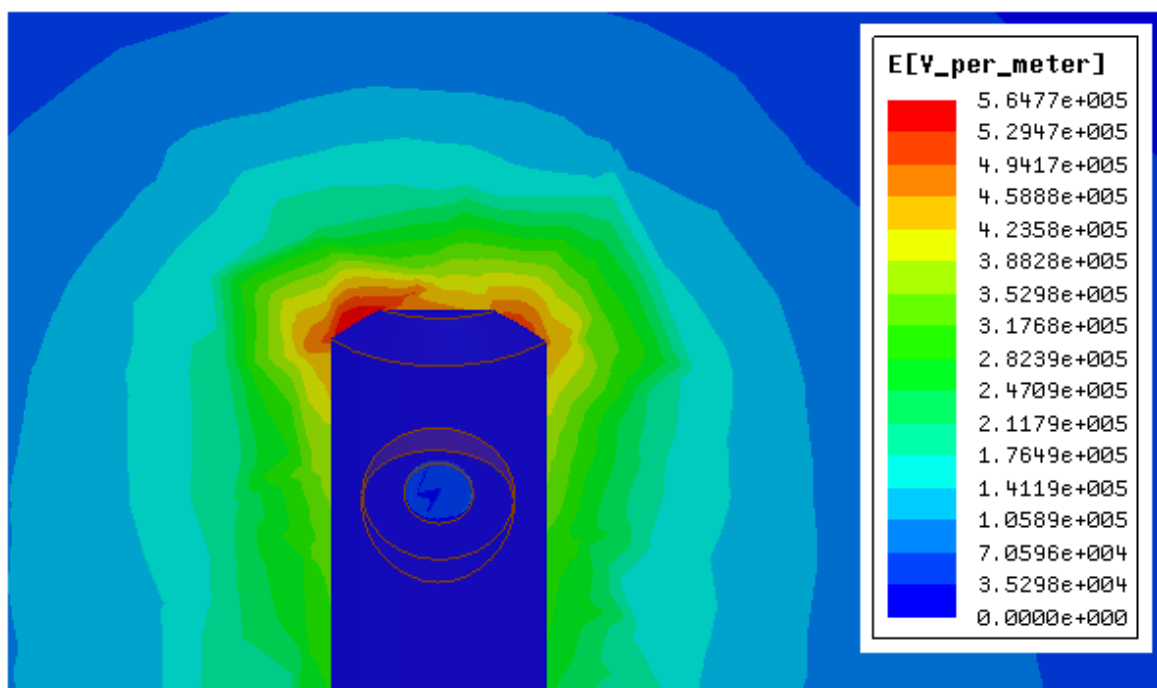
Obr.40 – Intenzita pole na hranách proudovodné dráhy fází v místě napojení vypínače,  $U_{fmax}= 14,3kV$  a -  $14,3kV$



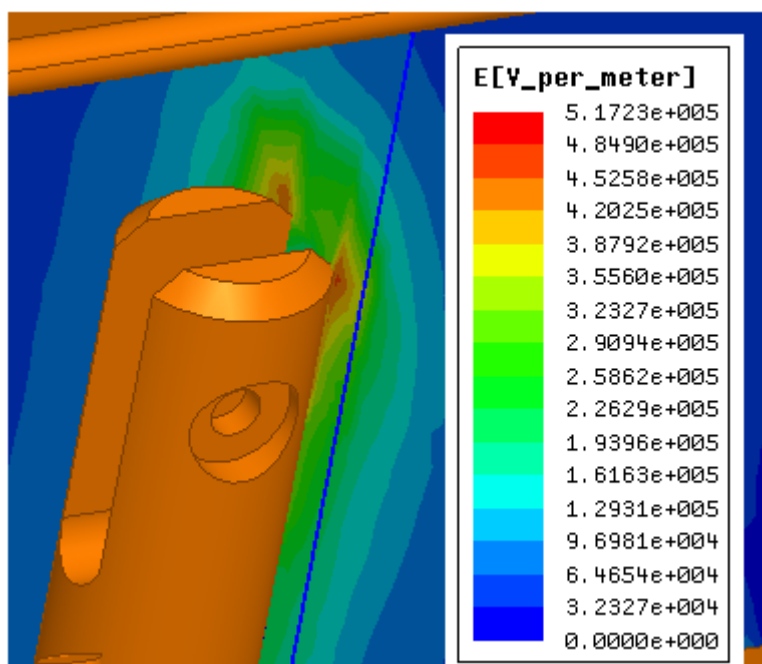
Obr.41 – Intenzita pole okolo přípojnic při  $U_{fmax}= 14,3kV$  a -  $14,3kV$



Obr.42 – intenzita pole v okolí pohyblivé části proudovodné dráhy odpojovače při  $U_{fmax}=14,3kV$  a  $-14,3kV$



Obr.43 – Detail rozložení elektrického pole na hraně pohyblivé části proudovodné dráhy odpojovače při  $U_{fmax}=14,3kV$  a  $-14,3kV$



Obr.44 – intenzita pole v okolí hrotu pohyblivé části proudovodné dráhy; stejný dílec jako v detailu na obr.41

## 15 Rozbor výsledků

Byl proveden výpočet intenzit a rozložení elektrického pole v okolí přípojníc a odpojovače v dvojsystémovém rozvaděči. Pro grafické zobrazení rozložení intenzit pole byly prostorem rozvaděče prováděny řezy, jež zachycují co největší množství prvků a jejich riziková místa, jako jsou hrany a hroty.

Intenzita elektrického pole byla zjišťována při působení maximálního fázového napětí  $|U_{f \max}| = 14,3 \text{ kV}$ , respektive  $14,3 \text{ kV}$  a  $-14,3 \text{ kV}$  z důvodu kladné a záporné amplitudy střídavého napětí. Byť se jedná o rozvaděč střídavého napětí a proudu průmyslového kmitočtu, bylo k úloze přistupováno jako k elektrostatické, tedy neproměnlivé v čase, neboť maximální namáhání dielektrického prostoru rozvaděče a izolačních prvků nastává v amplitudách fázového napětí a mimo tyto hodnoty, je intenzita elektrického pole jen nižší. Protože se jedná o primárně vzduchem izolovaný rozvaděč, což je jeden z důvodů určující dílce sestavy výsledného 3D modelu, je důležitou referenční hodnotou elektrická pevnost vzduchu. Elektrická pevnost vzduchu odvozená z Paschenovy teorie je za atmosferického tlaku a teploty okolo  $20^\circ\text{C}$   $30 \text{ kV/cm}$ . Tato hodnota se vztahuje k homogennímu poli. V elektrických přístrojích se homogenní pole téměř nevyskytuje, je zde běžné pole nehomogenní, až silně nehomogenní vznikající kolem hran a hrotů proudovodné dráhy. Toto platí i pro daný rozvaděč a podle Paschenovy teorie je elektrické namáhání na mezi pevnosti ve vzduchu v takovém poli  $5 \text{ kV/cm}$ , při doskokových vzdálenostech v řádech desítek centimetrů. Referenční hodnotou bude tedy elektrická pevnost vzduchu  $5 \text{ kV/cm} \rightarrow 500 \text{ kV/m}$ .

Na obr. 34. a 36. jsou zobrazeny intenzity v těsném okolí hran proudovodných drah. Řezná rovina leží na vrcholu zaoblené hrany proudovodné dráhy. Intenzity elektrického pole jsou v intervalu od  $300 \text{ kV/m}$  do  $570 \text{ kV/m}$  v těsném okolí hrany. Maximální intenzity pole v daných řezech dosahují hodnot v rozmezí  $920 \text{ kV} - 1100 \text{ kV/m}$ . Tyto hodnoty se vyskytují v průchodkách izolujících proudovodnou dráhu od přepážky oddělující první a druhou přípojnici a dvojnásobně přesahují referenční hodnotu elektrické pevnosti vzduchu. Vzniká zde potenciální rizikové místo. Vysoká intenzita pole je dána nehomogenitou na hraně proudovodné dráhy a blízkostí nulového potenciálu. Ten je oddělen od hrany fáze v průchodce zhruba  $3,5 \text{ cm}$  izolantu. Detail rozložení pole v průchodce je dobře patrný z obr. 38. a 39., kdy intenzita pole v průchodce na obr.39. dosahuje až  $1800 \text{ kV/m}$ , což je více než trojnásobkem referenční hodnoty elektrické pevnosti.

Obr. 35. a 37 zachycují rozložení pole podél povrchu proudovodných drah. Řezné roviny prochází šroubovými spoji přípojníc, osou válcové části proudovodné dráhy odpojovače a částí proudovodné dráhy pro napojení vypínače, neboť tyto dílce obsahují hrany na nichž lze očekávat vysokou nehomogenitu pole. Intenzity pole jsou v intervalu od  $150 \text{ kV/m}$  okolo vodiče s obdélníkovým průřezem do přibližně  $280 \text{ kV/m}$  okolo proudovodné dráhy odpojovače kruhového průřezu, jsou tak přibližně 2x až 3x nižší než referenční pevnost vzduchu. Nejvyšší intenzita v intervalu  $500 \text{ kV/m}$  až  $600 \text{ kV/m}$  se projevila na hraně válcového dílce odpojovače a je na mezi elektrické pevnosti vzduchu v nehomogenním poli, vzniká zde tedy rizikové místo. Detail hrany tohoto dílce a rozložení pole je lépe patrné z obr. 43 a 44. Na obr.44 je pak řez tvořen rovinou kolmou k rovině z obr. 43. a zachycuje rozložení pole u hrotu na válcovém dílci odpojovače. Elektrické pole zde vykazuje intenzitu přibližně  $500 \text{ kV/m}$  a je na hranici pevnosti vzduchu. Intenzita okolo šroubových spojů přípojníc, částí pro napojení vypínače a ostatních zakřiveních a méně ostrých hran nepřesahuje přibližně  $400 \text{ kV/m}$  a je nižší než referenční hodnota.

Na obr. 40. je možné vidět intenzitu pole na hraně po obvodu částí proudovodných drah pro napojení vypínače. Nejvyšší intenzita pole dosahuje přibližně 700 kV/m v místě skosení proudovodné dráhy a přesahuje pevnost vzduchu. Mimo toto místo je intenzita pole v intervalu 450 kV/m až 600 kV/m, což je na hraně pevnosti vzduchu. Řzná rovina je kolmá na řznou rovinu obr. 37.

Obr. 41 zobrazuje intenzity elektrické pole okolo přípojníc samotných. Je zde dobře patrná nejvyšší intenzita na zaoblených hranách dosahující hodnoty přibližně 650 kV/m a 200 kV/m okolo ploch přípojníc.

## 16 Závěr

Z výsledků lze soudit, že intenzita elektrického pole v okolí proudovodné dráhy, kde tvarem proudovodné dráhy vznikají plochy, nepřekračuje elektrickou pevnost vzduchu 500 kV/m v nehomogenním poli. V místech, jako jsou zaoblené hrany přípojníc a proudovodné dráhy, intenzita dosahuje maximálních hodnot přibližně 520 kV/m a je tak na hraně elektrické pevnosti vzduchu, avšak reálně proudovodná dráha rozvaděče obsahuje smršťovací izolaci, jež intenzitu účinně sníží pod hranici elektrické pevnosti vzduchu a tato místa tedy nejsou problémová. Přesto však například v místě šroubového spoje, podle obr.33, kde se smršťovací izolace nenachází, je intenzita pole kolem hran na mezi pevnosti vzduchu.

Intenzity a rozložení pole určené na zjednodušeném modelu, jsou jiné a vyšších hodnot, než intenzity v reálném rozvaděči, jelikož upravený 3D model neobsahoval žádné izolační prvky kromě průchodek. Hodnoty vypočtených intenzit elektrického pole nelze proto považovat za přesné, ale jako indikaci namáhání dielektrického prostoru, z které je možné určit nejvíce namáhaná riziková místa.

Těmito místy jsou zaoblené hrany vodičů v průchodkách skrze přepážku oddělující přípojnice, zde intenzita pole překračuje pevnost vzduchu více než trojnásobně, a část válcových proudovodných drah odpojovače s drážkou pro izolační těleso zajišťující spřažení všech tří tyčí. Pohyblivé válcové tyče odpojovače neobsahují žádnou izolaci na povrchu, ani v místě průniku tyče a izolačního tělesa, intenzita elektrického pole zde v intervalu 510 kV/m až 600kV/m překračuje elektrickou pevnost vzduchu v nehomogenním poli. Okolo všech zmíněných míst, kde se intenzita pole pohybuje na hraně pevnosti vzduchu, nebo ji překračuje a není zde přítomna žádná izolace na povrchu, mohou vznikat korónové výboje narušující okolní izolační materiály. Tento jev může vznikat i v místě, kde se povrchová izolace nachází, ale nedoléhá na povrch vodiče a vzniká tak vzduchová dutina.

Jak bylo uvedeno výše, výsledné hodnoty intenzit jsou použitelné především jako indikace namáhání dielektrického prostoru, neboť 3D model proudovodné dráhy byl prostý téměř všech izolačních prvků, kromě průchodek. Uspořádání prostoru přípojníc a odpojovačů, včetně všech izolačních prvků, a upravený 3D model je možné vidět na obr. 31. a 32.. Výrazná redukce množství izolačních prvků byla vynucena výpočetním výkonem počítače, na němž byla úloha zpracována, neboť výpočetní technika s lepšími parametry nebyla k dispozici. Pro řešení byl užit klasický stolní počítač s následujícími parametry systému:

- 64 bitový operační systém Windows 8
- 4 GB RAM
- procesor intel core i3-2105CPU, 3,1GHz

Počítač disponující výpočetním výkonem určeným uvedenými vlastnostmi systému, není sto vyřešit rozložení a intenzity pole bez výrazného zjednodušení, především v počtu a tvaru dílců. Každý izolační dílec, především pak průchodky a podpěrky, představuje tvarově náročný objekt, na kterém je nutné při výpočtu vytvořit síť uzlových bodů. Stejná síť elementů, tvořených uzlovými body, je pak vytvořena také ve vzduchu v daném objemu. V každém uzlovém bodě je pak potřeba spočítat hodnotu intenzity elektrického pole. Toto znamená velmi velké objemy dat, jež přesahovaly paměťovou kapacitu operační paměti použitého počítače. Řešení úlohy s uvedenými vlastnostmi systému počítače na daném modelu trvalo přibližně 3 hodiny, přičemž se po ukončení řešení vždy objevilo hlášení softwaru o nedostatku paměti.

Software Maxwell umožňuje měnit velikost vytvářených elementů, tedy zvětšit elementů by jejich počet klesl. Při zadávání úlohy v Maxwellu bylo však naopak nutné velikost elementů snížit, neboť grafický výstup rozložení pole byl pak tvořen hranami těchto elementů, namísto ekvipotenciálních ploch. Velikost elementů při řešení byla nastavena na 30mm, neboť to byla největší velikost elementů, kdy byl grafický výstup použitelný. Z výše uvedených důvodů nebylo provedeno modelování optimalizačních řešení, neboť pokud by byla úloha vypočtena, pak by tyto výsledky byly velmi nepřesné a použitelné jen k indikaci změny rozložení a intenzity pole, již je možno odvodit i bez užití modelování.

Danou úlohu by však bylo možné s výhodou řešit například na počítači Anselm, jenž je umístěn v areálu VŠB. Výpočetní výkon tohoto tak zvaného malého clusteru by umožňoval řešení rozložení a intenzit elektrického pole bez jakéhokoliv zjednodušování, s minimální velikostí elementů a vysokou přesností výsledků. Anselm je právě určen pro řešení takových, i mnohem náročnějších úloh. Výpočetní výkon dosahuje  $94 \times 10^{12}$  FLOPS/s. Tento malý cluster se stane součástí velkého clusteru a tím se bude jednat o jeden 20 nejvýkonnějších počítačů v Evropě.

Součástí zadání byla také optimalizace konstrukce řešené sekce, vedoucí ke snížení intenzity elektrického pole, avšak bez navýšení výrobních nákladů. Intenzita elektrického pole závisí na napětí, permitivitě materiálů, homogenitě pole a vzdálenosti, což jsou veličiny, jejichž změnou je možné intenzitu ovlivnit. Hodnota napětí je dána jmenovitým napětím rozvaděče, přidávání izolačních prvků by jednak navýšilo výrobní náklady a rovněž by mohlo negativně ovlivnit odvod tepla z proudovodné dráhy a způsobit přehřívání rozvaděče, rovněž není možné, a podle výsledků ani potřebné, výrazně měnit vzdálenosti mezi částmi proudovodné dráhy s různým potenciálem a klostrou, protože v reálném rozvaděči s izolačními prvky, bude intenzita pole značně menší než na modelu. Optimalizaci je v dané úloze možné provést především zvýšením homogeneity pole v rizikových místech, neboť jde jen o snížení intenzity pole pod elektrickou pevnost vzduchu a tudíž zabránění vzniku koróny, která by narušovala okolní izolanty. Maximální intenzity elektrického pole mohou způsobit pouze ionizaci vzduchu, ale ostatní dielektrika neohrozí. Není tedy nutné užívat materiálů s vyšší hodnotou permitivity.

Rizikovými místy jsou průniky fázových vodičů průchodkou v plechové přepážce a hrany válcových částí proudovodné dráhy odpojovačů.

V případě fázových vodičů a průchodek je vysoká intenzita pole způsobena v důsledku zaoblené hrany vodiče obdelníkového průřezu a blízkostí nulového potenciálu přepážky obr.38.,39. Vzniká zde nehomogenní pole a v případných dutinách a mezerách může docházet ke koróně. Homogenizovat pole by bylo možno užitím trubkového vodiče, minimálně v délce průchodky. Užití vodiče plného průřezu by bylo nevhodné z hlediska využití materiálu, neboť hloubka vniku při průmyslovém kmitočtu je přibližně 10mm. Proto by i tloušťka stěny trubkového vodiče neměla přesáhnout 10mm. Konce vodiče by mohly mít stejný tvar jako u původního vodiče, případně by byl vodič tvořen trubkou příslušné délky, která by však měla kruhový průřez jen v průchodce a ve zbytku délky by byla válcováním upravena na obdelníkový profil, takže by tvar průřezu vodiče byl shodný s původním vodičem. Vnější průměr a světlost trubkového vodiče v průchodce by byly určeny proudovou hustotou na  $\text{mm}^2$ , účinky zkratového proudu rozvaděče a maximální tloušťkou stěny 10mm. Takový vodič by však byl náročný na výrobu a pravděpodobně by také narostly výrobní náklady rozvaděče. Intenzita pole v průchodce by však výrazně poklesla. Prakticky se však jedná o zvětšení poloměru zakřivení hrany vodiče v průchodce, kdy při užití trubkového vodiče by žádná hrana nevznikla.

Další možností by bylo řízení potenciálů v průchodce.

Na hranách válcových částí proudovodné dráhy odpojovačů by bylo možné snížit intenzitu pole jejich pokrytím například smršťovací izolací, obdobně jako fázové vodiče, nebo například izolačním lakem používaným na vodiče pro vinutí. Obecně by se jednalo o pokrytí povrchu válcových částí proudovodné dráhy odpojovačů, v okolí hran a drážky pro spřahující izolační těleso, tenkou vrstvou izolačního materiálu, který by snížil intenzitu pole pod hodnotu elektrické pevnosti vzduchu v nehomogenním poli. Užití tenké vrstvy laku by vyloučilo případný vznik vzduchových mezer mezi povrchem vodiče a izolací a také by došlo ke snížení dielektrického namáhání spřahujícího izolačního tělesa. Rovněž by došlo ke snížení proudů způsobených povrchovou vodivostí izolačního tělesa, protože by vlivem přídavné izolace poklesla. Opět by došlo k navýšení výrobních nákladů, jenž by však nemuselo být nějak výrazné.

Snížení intenzity elektrického pole, bez alespoň minimálního navýšení výrobních nákladů nebo výrazné změny uspořádání dané sekce, nelze provést. V případě změny konstrukce dané sekce by bylo pravděpodobně nutné navrhnout tvarově a velikostně nové izolační dílce, což by výrobní náklady zasáhlo mnohem více než přidání izolace, či změna tvaru vodiče v rizikových místech. Změna konstrukce, vedoucí ke zmenšení prostoru dané sekce, je možná z hlediska izolace, protože intenzita elektrického pole v reálném rozvaděči bude vlivem izolačních prvků značně nižší, mimo riziková místa. Minimální rozměry konstrukce by pak byly určeny silovými účinky zkratových proudů a schopností odvádět teplo z proudovodné dráhy.

Rozložení a intenzity elektrického pole v okolí proudovodné dráhy při napětí střídavé výdržné zkoušky 38 kV, je uvedeno v příloze. Bylo použito stejných řezů prostorem jako v případě rozložení elektrického pole při jmenovitém napětí rozvaděče.



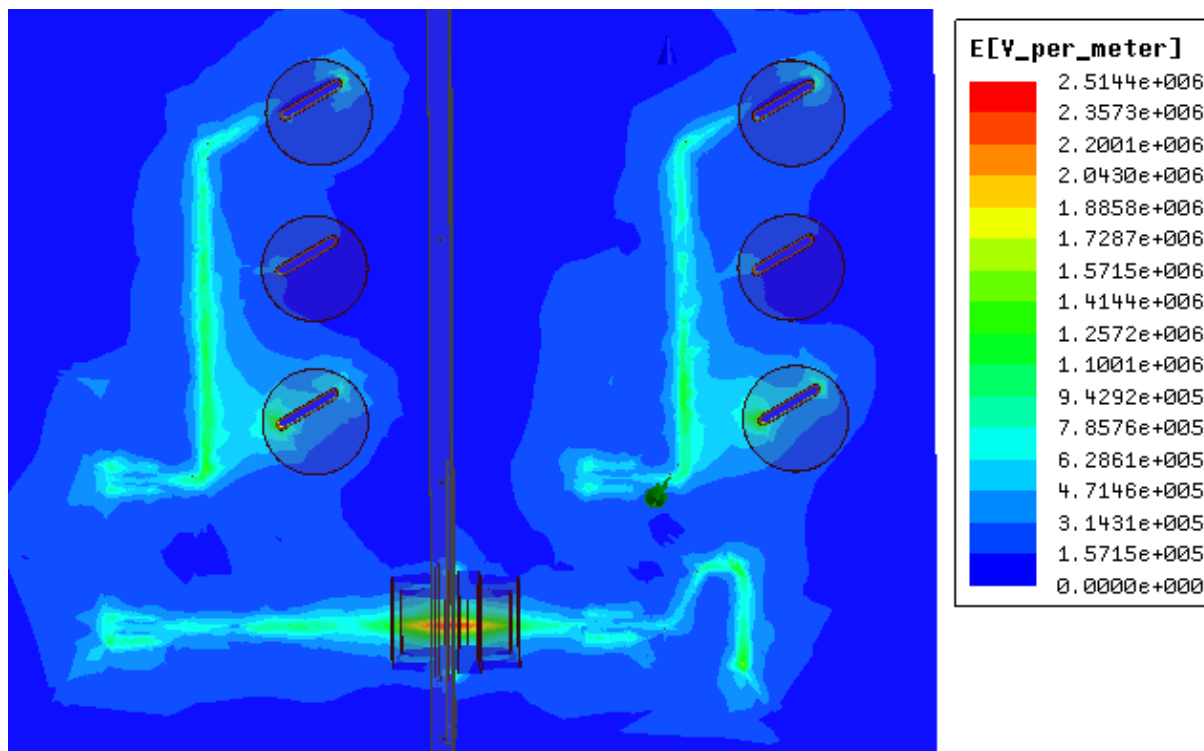
## Seznam použité literatury

- A. MYSLÍK, Jiří. *Elektromagnetické pole*. Praha: BEN, 1998. ISBN 80-86056-43-0
- B. HAVELKA, Otto. a kol. *Elektrické přístroje*. Praha: SNTL, 1985.
- C. HAŇKA, Ladislav. *Teorie elektromagnetického pole*. Praha: SNTL, 1975.
- D. HAVELKA, Otto. *Stavba elektrických přístrojů I*. Brno: Rektorát VUT v Brně, 1984.
- E. KRÁL, Josef. *Technologie výroby elektrických přístrojů*. Praha: SNTL, 1981.
- F. MACH, Veleslav. *Technika vysokého napětí*. Ostrava: VŠB – technická univerzita Ostrava, 2006. ISBN 80-248–1161-8

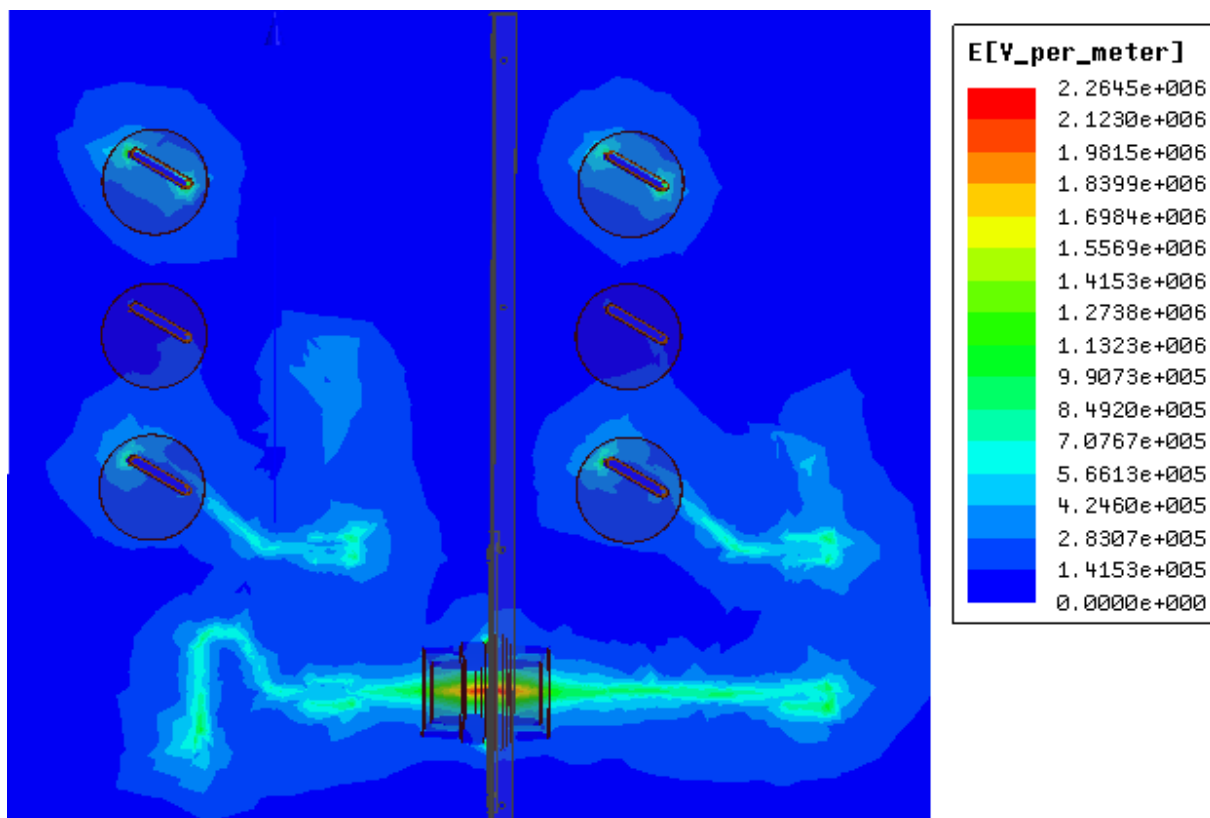
## Internetové zdroje

- G. UniGearZS1, primary air insulated switchgear [katalog], [vid. 2014-11-07]. Dostupný z: [http://www.abb.com/abblibrary/DownloadCenter/?view=Result&categoryid=9AAC30400788&additionalLanguage=\\*&/wEXAQUDa2V5BX8zwrA5QUFDMzA0MDA3ODjCscKxwrHCscKxVMKxwrE0wrHCsTI2wrFDWsKxwrEywrFUwrEwwrHCsTDCsTHCsTIwwrEyMMKxMcKxwrHCscKxwrE5QUFDMzA0MDA3ODjCscKxwrHCsTEwwrHCscKxwrEyNMKxwrEwwrFDWsKxwrEwBA1YTgtzBWk1EnkdVh1gh4oTENQ=](http://www.abb.com/abblibrary/DownloadCenter/?view=Result&categoryid=9AAC30400788&additionalLanguage=*&/wEXAQUDa2V5BX8zwrA5QUFDMzA0MDA3ODjCscKxwrHCscKxVMKxwrE0wrHCsTI2wrFDWsKxwrEywrFUwrEwwrHCsTDCsTHCsTIwwrEyMMKxMcKxwrHCscKxwrE5QUFDMzA0MDA3ODjCscKxwrHCsTEwwrHCscKxwrEyNMKxwrEwwrFDWsKxwrEwBA1YTgtzBWk1EnkdVh1gh4oTENQ=)
- H. Ansoft Maxwell, Ansys Maxwell v16 training manual, [vid. 2015-02-12]. Dostupný z: <http://ansoft-maxwell.narod.ru/english.html>
- I. Student's guide to learning solidworks software, [vid. 2015-02-13]. Dostupný z: [https://www.solidworks.com/sw/docs/Student\\_WB\\_2011\\_ENG.pdf](https://www.solidworks.com/sw/docs/Student_WB_2011_ENG.pdf)

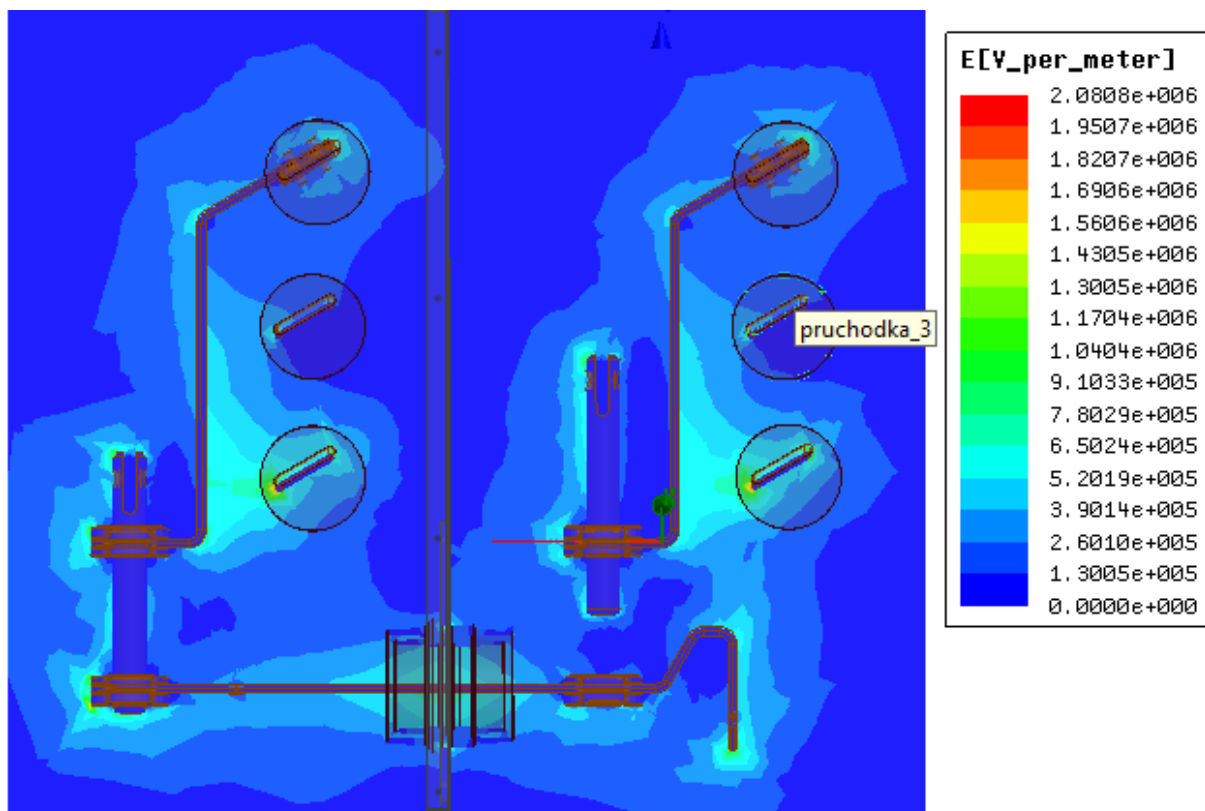
## Přílohy



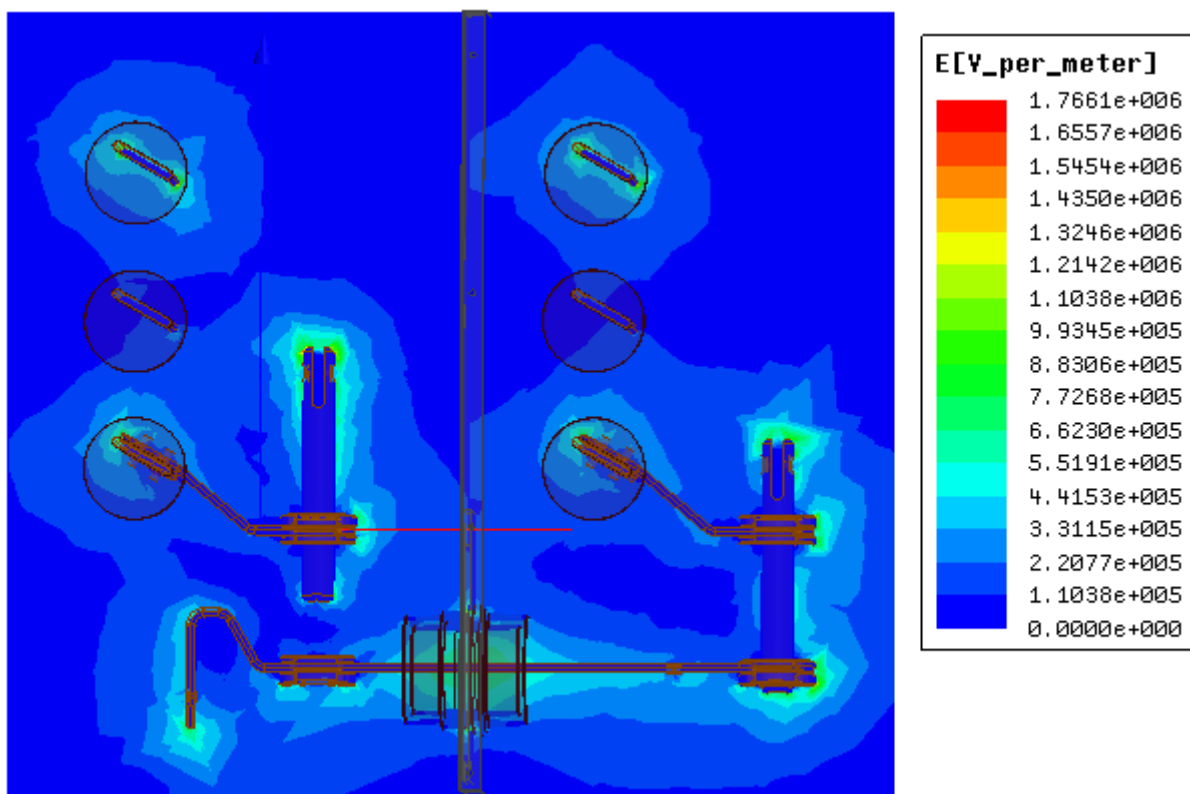
Obr. 45 — Intenzita pole v těsném okolí hrany fáze proudovodné dráhy při napětí  $U_{fmax} = 31kV$



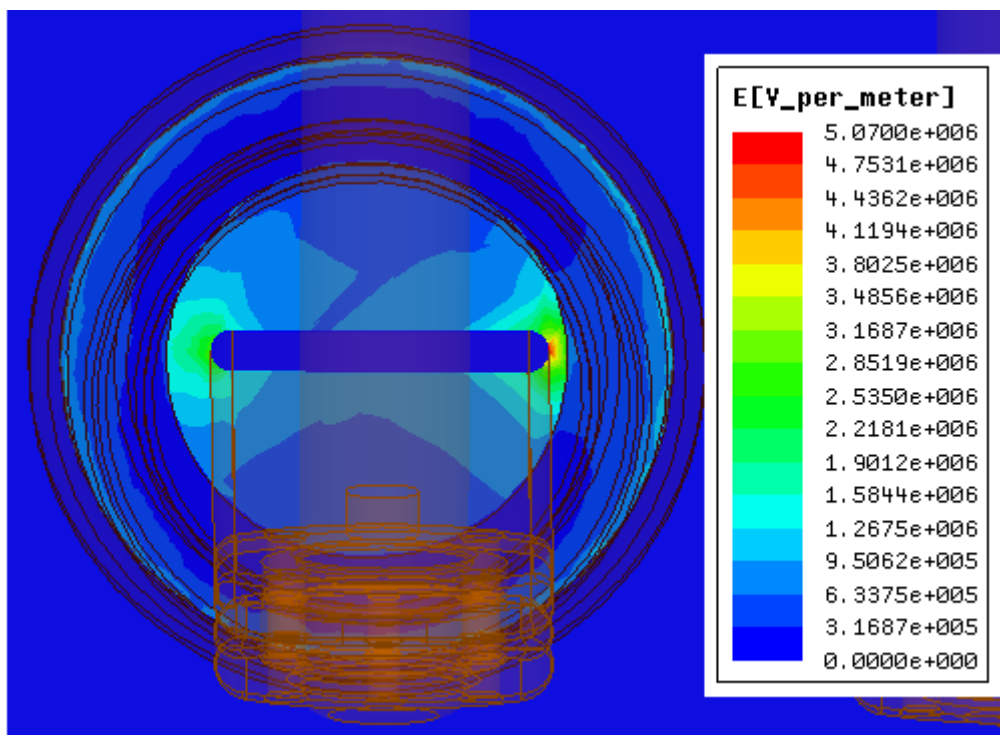
Obr. 46 – Intenzita pole v těsném okolí hrany fáze proudovodné dráhy při napětí  $U_{fmax} = -31\text{kV}$



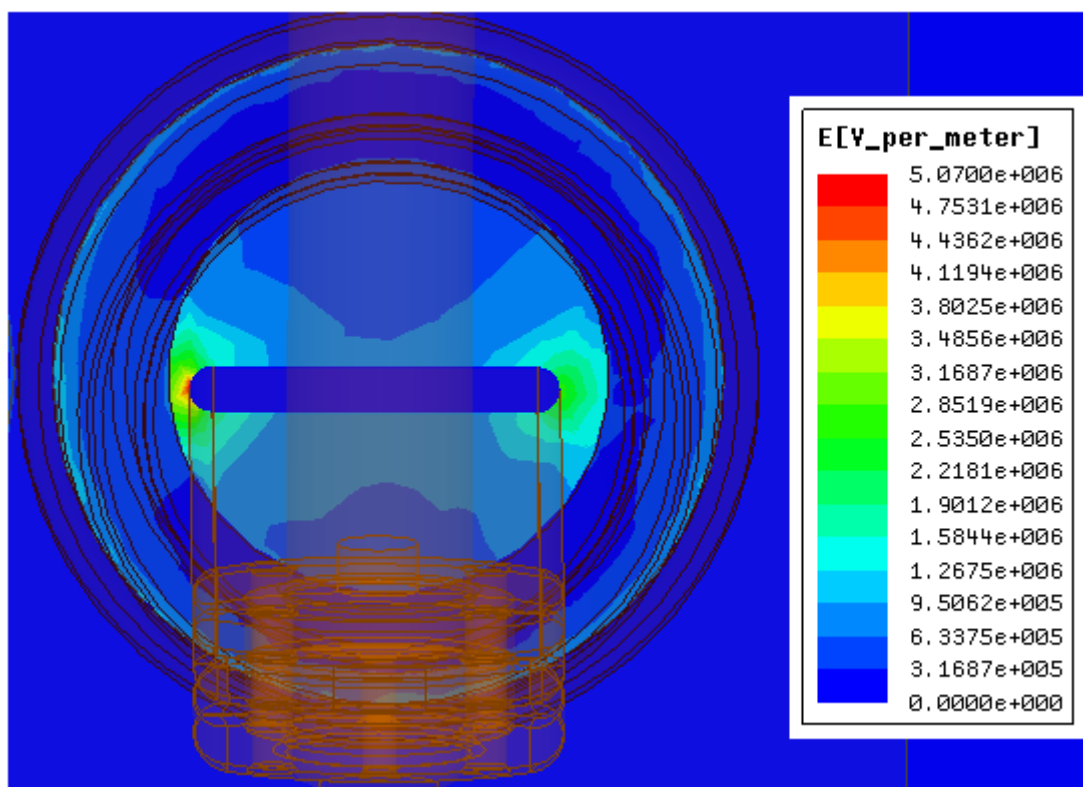
Obr. 47 - Intenzita pole po povrchu proudovodné dráhy fáze při  $U_{fmax} = 31\text{kV}$ , řez půlí proudovodnou dráhu fáze



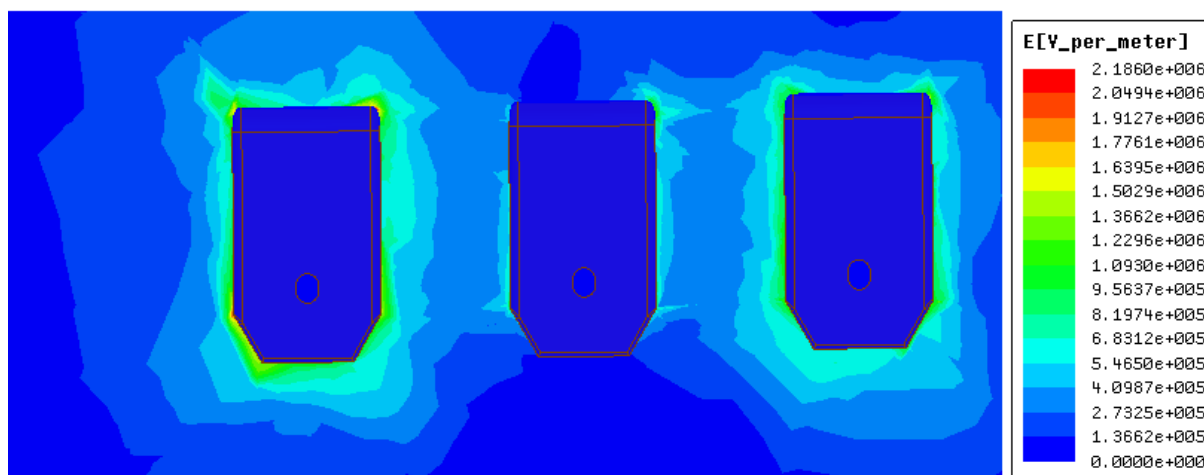
Obr. 48 - Intenzita pole po povrchu proudovodné dráhy fáze při  $U_{\text{fmax}} = -31\text{kV}$ , řez půlí proudovodnou dráhu fáze



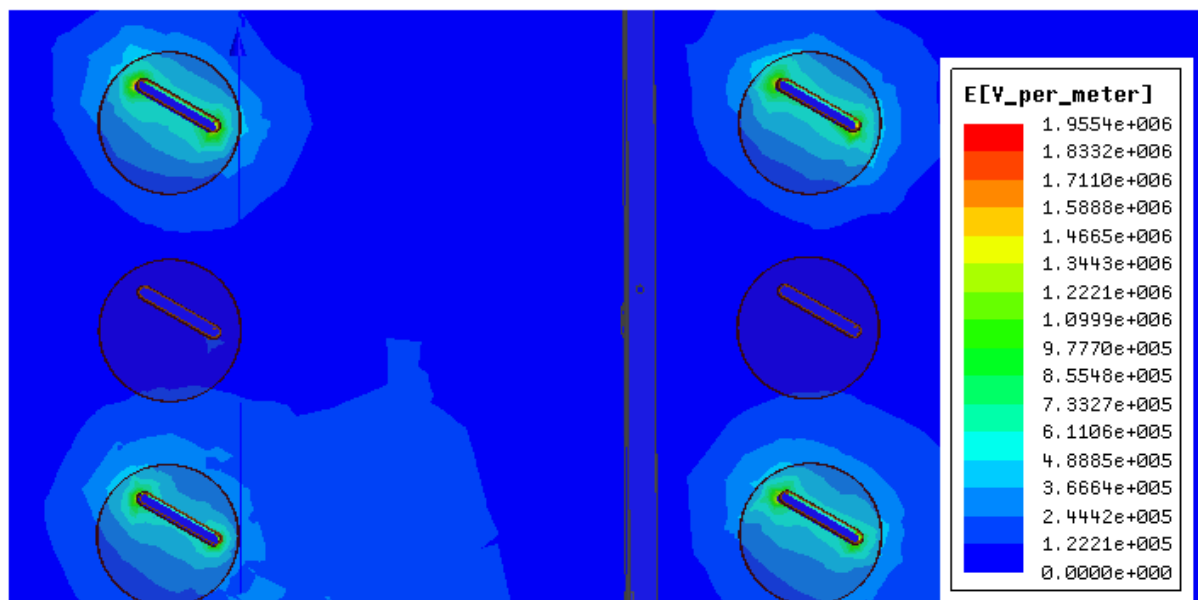
Obr. 49 - Rozložení intenzity pole v průřehce procházející přepážkou oddělující 1. a 2. přípojnicí; průřehkou prochází fázový vodič s  $U_{fmax} = -31\text{kV}$



Obr. 50 - Rozložení intenzity pole v průřezu procházející přepážkou oddělující 1. a 2. přípojnicí; průřezem prochází fázový vodič s  $U_{fmax} = 31kV$

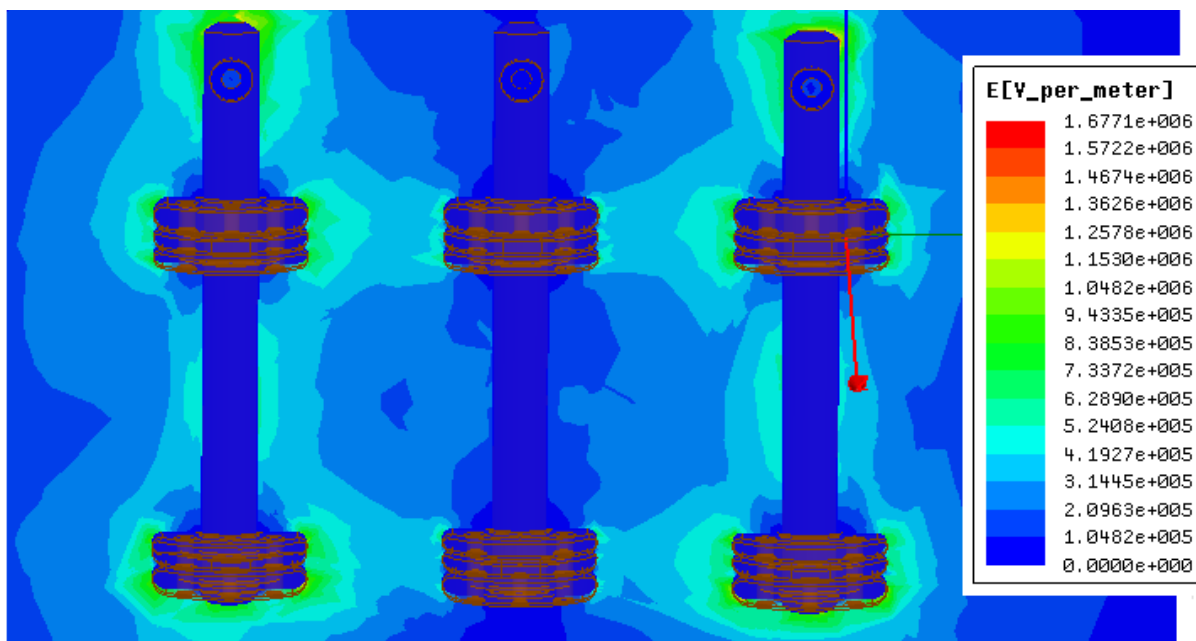


Obr.51 – Intenzita pole na hranách proudovodné dráhy fází v místě napojení vypínače,  $U_{fmax} = 31\text{kV}$  a  $-31\text{kV}$

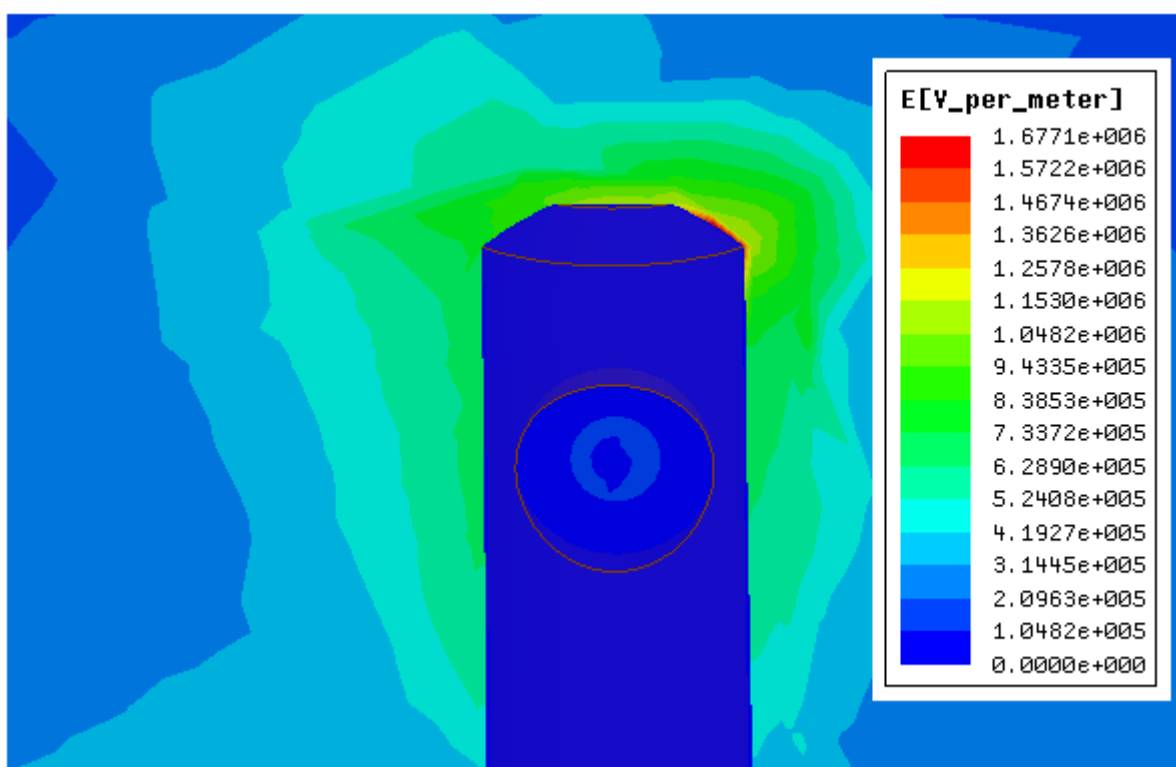


Obr.52 – Intenzita pole okolo přípojníc při  $U_{fmax} = 31\text{kV}$  a  $-31\text{kV}$

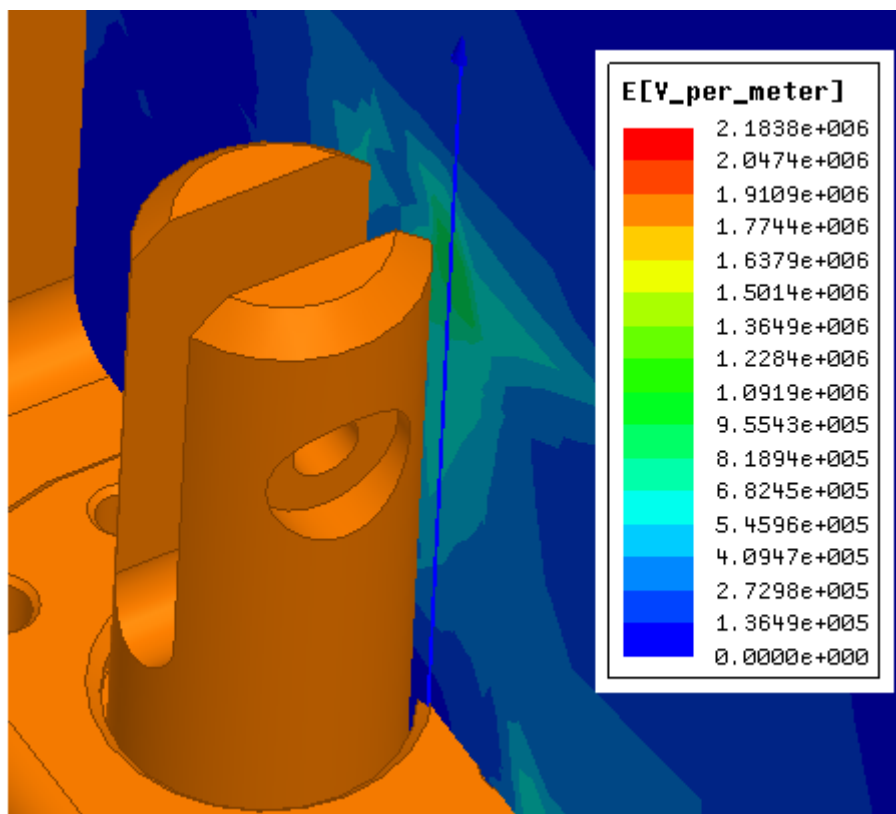




Obr.53 – intenzita pole v okolí pohyblivé části proudovodné dráhy odpojovače při  $U_{fmax} = 31kV$  a  $-31kV$



Obr.54 – Detail rozložení elektrického pole na hraně pohyblivé části proudovodné dráhy



Obr.55 – intenzita pole v okolí hrotu pohyblivé části proudovodné dráhy; stejný dílec jako v detailu na obr.54